N° D'ORDRE au C.N.R.S.
AO 5486

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE ROUEN

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Michel TRINITE

Sujet. - COUCHE LIMITE TURBULENTE AVEC TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE ; CAS D'UNE DISCONTINUITE DE TEMPERATURE ET CONCENTRATION A LA PAROI.

présentée et soutenue le 31 mars 1971

MM. A. COLOMBANI	Professeur à la Faculté des Sciences de Rouen	Président
E.A. BRUN	Membre de l'Institut. Professeur Honoraire à la Faculté des Sciences de Paris	Examinateurs
P. VALENTIN	Professeur à la Faculté des Sciences de Rouen	
P. CALVET	Maître de Conférences à l'Université Paul Sabatier de Toulouse	
L. FACY	Ingénieur Général. Chef de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches Météorologiques	Membre invité

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544705_0006

N° D'ORDRE au C.N.R.S.
AO 5486

THÈSE

PRÉSENTÉE

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE ROUEN

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

par

Michel TRINITE

Sujet. - COUCHE LIMITE TURBULENTE AVEC TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE ; CAS D'UNE DISCONTINUITE DE TEMPERATURE ET CONCENTRATION A LA PAROI.

présentée et soutenue le **31** mars **1971**

MM.	A. COLOMBANI	Professeur à la Faculté des Sciences de Rouen	Président
	E.A. BRUN	Membre de l'Institut. Professeur Honoraire à la Faculté des Sciences de Paris	Examinateurs
	P. VALENTIN	Professeur à la Faculté des Sciences de Rouen	
	P. CALVET	Maître de Conférences à l'Université Paul Sabatier de Toulouse	
	L. FACY	Ingénieur Général. Chef de l'Etablissement d'Etudes et de Recherches Météorologiques	Membre invité

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

ACADEMIE DE ROUEN
FACULTE DES SCIENCES

Année scolaire 1970-1971

PERSONNEL ENSEIGNANT DE LA FACULTE DES SCIENCES

Le Doyen ..... P. ROLLIN

Mle	COUILLAUD Edith	Professeur Honoraire
MM.	BACHELET Maurice	Professeur (Chimie)
	BOULLARD Bernard	Professeur (Biologie Végétale)
	BOURION Georges	Professeur (Mathématiques)
	COLOMBANI Antoine	Professeur (Physique)
	GRAF René	Professeur (Physique)
	LEFEBVRE Henri	Professeur (Chimie)
	REY Pierre	Professeur (Biologie Animale)
	ROLLIN Paul	Professeur (Biologie Végétale)
	THELLIER Michel	Professeur (Biologie Végétale)
	VALENTIN Pierre	Professeur (Physique)
MM.	BACKES Michel	Professeur à titre personnel (Chimie)
	BOUIX Maurice	Professeur à titre personnel (Mathématiques)
Mme	ROUSSEAU Madeleine	Professeur à titre personnel (Physique)
Mme	WINOGRADZKI Judith	Professeur à titre personnel (Physique)
MM.	CHALOPIN Henri	Professeur sans chaire (Biologie Animale)
	DUHAMEL Pierre	Professeur sans chaire (Chimie)
	GRIBENSKI André	Professeur sans chaire (Biologie Animale)
	HAYMANN Pierre	Professeur sans chaire (Physique)
	HUET Pierre	Professeur sans chaire (Physique)
	SELEGNY Eric	Professeur sans chaire (Chimie)
MM.	BARDOS Claude	Maître de Conférences (Mathématiques)
	BOUAZIZ Roger	Maître de Conférences (Chimie)
	CHARPENTIER Jean	Maître de Conférences (Biologie Animale) Psychophysiologie
	COHEN Paul	Maître de Conférences (Biochimie)
	FLEURY M. Bernard	Maître de Conférences (Chimie)
	GALLOT Jean	Maître de Conférences (Physique)
Mle	GERARD Françoise	Maître de Conférences (Mathématiques) Centre du Havre
MM.	GOUAULT Jean	Maître de Conférences (Physique)
	HANSEL Georges	Maître de Conférences (Mathématiques)
	HOMMERIL Pierre	Maître de Conférences (Géologie)
	PETIT Jean-Luc	Maître de Conférences (Mathématiques)
	ROUGEE Paul	Maître de Conférences (Mathématiques)

Mme	SURIN Aline	Maître de Conférences (Mathématiques)
Mme	TINTURIER Emannuelle	Maître de Conférences (Biologie Animale)
Mr	VAUTIER Claude	Maître de Conférences (Physique) Centre du Havre
MM.	RAOULT Jean-Pierre	Chargé d'enseignement (Mathématiques)
	KOSSANYI Jean	Chargé d'enseignement (Chimie)
Mr	GIRAULT André	Attaché Principal d'Administration

A MES PARENTS,

A MA FEMME.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Thermodynamique de la Faculté des Sciences de Rouen, sous la direction de

Monsieur le Professeur P. VALENTIN

Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour les conseils, l'aide et les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer au cours de ma formation de chercheur.

Je remercie vivement

Monsieur le Professeur COLOMBANI,
Monsieur le Professeur BRUN, Membre de l'Institut
Monsieur le Professeur CALVET,
Monsieur l'Ingénieur Général FACY,

d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail.

Je remercie amicalement toutes les personnes du laboratoire pour l'aide qu'ils m'ont apportée et pour la bonne ambiance qu'ils ont su faire régner en toutes circonstances.

En particulier, Messieurs BELORGEY et PARANTHOEN pour leur collaboration sur le sujet.

Monsieur MOUARD pour la partie électronique qu'il a réalisée avec beaucoup de maîtrise.

Messieurs SIMON, VU-DINH et LEBLOND pour le montage construit judicieusement.

Je tiens à remercier Madame BION pour le goût et la patience avec lesquels elle a réalisé la dactylographie et Messieurs HERNANDEZ et SELINCOURT pour l'impression effectuée avec beaucoup de minutie.

Je remercie également Messieurs LIOUSSE et BETH du Laboratoire de l'E.N.S.A.E.-C.E.R.T. pour la construction du Thermo-anémomètre et l'assistance technique qu'ils m'ont apportée.

ooo

Sommaire

PRINCIPAUX SYMBOLES I

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I : DONNEES THEORIQUES DU PROBLEME ET TRAVAUX ANTERIEURS 3

I-1. Choix des conditions aux limites 3
I-1-1. Conditions aux limites 3
I-1-2. Justification du choix de l'hydrogène 5
I-2. Les équations 5
I-2-1. Equations générales 5
I-2-2. Mise sans dimensions 8
I-3. Travaux théoriques et expérimentaux sur le problème 10
I-3-1. Travaux théoriques 11
I-3-2. Travaux expérimentaux 13
I-4. Le nombre de Prandtl turbulent 20
I-4-1. Considérations générales 20
I-4-2. Variation de Pr_t avec l'abscisse 23
I-4-3. Mesures instantanées et nombre de Prandtl turbulent 23
I-5. Conclusion 23

CHAPITRE II : DISPOSITIF EXPERIMENTAL GENERAL 25

II-1. Disposition générale de la soufflerie 25
II-2. La veine d'essais et la plaque chauffante 29
II-2-1. Disposition générale 29
II-2-2. Chauffage de la plaque 29
II-2-3. La plaque catalytique 35

II-3. Régulation d'hydrogène..... 35
II-4. Régulation de température et de concentration en vapeur d'eau..... 37
II-5. Mesures des valeurs moyennes..... 39
II-5-1. Mesures de vitesse..... 39
II-5-2. Mesures de température..... 39
II-5-3. Mesures de concentration..... 40
II-5-4. Déplacement des sondes..... 40
II-5-5. Interaction sonde-paroi..... 40

CHAPITRE III : CARACTERISTIQUES DE LA COUCHE LIMITE. DETERMINATION DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT..... 42

III-1. Position du problème..... 42
III-2. Origine fictive de la couche limite..... 43
III-3. Détermination du coefficient de frottement..... 44
III-4. Mesures de vitesse et loi de paroi..... 49
III-4-1. Zones de la couche limite..... 49
III-4-2. Profil universel des vitesses..... 53
III-5. Conclusion..... 54

CHAPITRE IV : RESULTATS EXPERIMENTAUX "MACROSCOPIQUES" ET PREMIERE COMPARAISON AUX THEORIES SEMI-EMPIRIQUES..... 57

IV-1. Mesures..... 57
IV-1-1. Domaine étudié..... 57
IV-1-2. Présentation des résultats..... 58
IV-2. Corrections apportées aux mesures de concentration..... 65
IV-2-1. Influence de la vapeur d'eau..... 65
IV-2-2. Influence de la sonde d'aspiration..... 66
IV-3. Intégrales premières sur toute l'épaisseur de la couche limite..... 68
IV-3-1. Résultats..... 68
IV-3-2. Variation des propriétés physiques du mélange..... 69
IV-3-3. Comparaison des divers flux..... 71
IV-4. Intégrales premières locales..... 74
IV-4-1. Equations..... 74
IV-4-2. Rôle de la thermodiffusion..... 76
IV-4-3. Calcul des conductivités et diffusivités turbulentes..... 76
IV-5. Comparaison des résultats aux théories semi-empiriques..... 81
IV-5-1. Schéma de la théorie de Spalding..... 81
IV-5-2. Comparaison des valeurs de St théoriques à nos résultats.... 83
IV-5-3. Comparaison des valeurs de ε_h^+ à celles de la formule |IV-24| 85
IV-6. Conclusion..... 85

CHAPITRE V : INFLUENCE DE LA COMPRESSIBILITE AU-DESSUS DE LA PLAQUE CHAUFFEE..... 88

V-1. Introduction..... 88
V-2. Différentes méthodes pour ramener à l'incompressible..... 89
V-2-1. Méthode de Michel..... 89
V-2-2. Méthode de Spalding et Chi..... 92
V-2-3. Méthode de Coles..... 93
V-3. Applications des théories à nos résultats..... 94
V-3-1. Coefficient de frottement..... 94
V-3-2. Loi de paroi..... 96
V-4. Applications du changement de variables à la température..... 99
V-4-1. Analogie de longueur de mélange..... 99
V-4-2. Application..... 103
V-5. Conclusion..... 105

CHAPITRE VI : DISPOSITIF DE MESURE DES FLUCTUATIONS..... 107

VI-1. Introduction..... 107
VI-2. Le Thermo-anémomètre..... 108
VI-2-1. Principe..... 108
VI-2-2. Réalisation..... 110
VI-2-3. Etalonnages en vitesse et en température..... 111
VI-3. Mesures des concentrations..... 117
VI-3-1. Principe général..... 117
VI-3-2. Association du thermo-anémomètre et de l'effet catalytique.. 120
VI-3-3. Chaine automatique de mesures..... 122
VI-3-4. Etalonnage et interprétation..... 122
VI-4. Validité en turbulent et temps de réponse..... 130
VI-4-1. Fluctuations de température et de concentration..... 130
VI-4-2. Fluctuations de vitesse..... 131
VI-5. Sondes doubles et étude des fréquences..... 132
VI-5-1. Emploi des sondes doubles..... 132
VI-5-2. Etude des fréquences..... 132
VI-6. Conclusion..... 135

CHAPITRE VII : RESULTATS EXPERIMENTAUX INSTANTANES (FLUCTUATIONS)..... 137

VII-1. Mesures des intensités de turbulence..... 137
VII-1-1. Fluctuations longitudinales de vitesse..... 137
VII-1-2. Fluctuations de température..... 139
VII-1-3. Fluctuations de concentration..... 141
VII-2. Mesures des corrélations vitesse longitudinale-température..... 143
VII-2-1. Technique de mesure..... 143
VII-2-2. Résultats..... 145

VII-3. Mesure du coefficient d'auto-corrélation en température..... 145
VII-3-1. Technique de mesure..... 145
VII-3-2. Résultats..... 146
VII-3-3. Analyse spectrale des fluctuations de température..... 146
VII-4. Conclusion..... 152

CHAPITRE VIII : DISCUSSION DES RESULTATS..... 154
VIII-1. Introduction..... 154
VIII-2. Importance des dérivées longitudinales..... 155
VIII-3. La zone intermédiaire - critère de limite..... 158
VIII-4. Discussion sur les mesures instantanées..... 161

CONCLUSION GENERALE 163

ANNEXE I : CALCUL DE LA FONCTION DE SPALDING..... 165
ANNEXE II : REPONSE THEORIQUE EN VITESSE DU THERMO-ANEMOMETRE..... 170
ANNEXE III : CRITERE DE L'INDEPENDANCE TEMPERATURE-VITESSE POUR LA MESURE DES FLUCTUATIONS..... 173

BIBLIOGRAPHIE..... 175

Principaux symboles

Les symboles très peu employés sont précisés dans le texte. Les unités sont celles employées par les calculs.

U_0 vitesse de l'écoulement libre (cm/s)

u composante longitudinale de vitesse (cm/s)

v composante normale de la vitesse (cm/s)

u_τ vitesse de frottement (cm/s)

τ tension de frottement (dynes/cm^2) - représente aussi un temps de retard en m.s

x distance le long de la plaque (cm) - origine fictive de la couche limite dynamique

X distance le long de la plaque (cm) - origine à la discontinuité

L valeur de x à la discontinuité

y distance normale à la plaque (cm)

ρ masse volumique du mélange (y/cm^3)

C_p chaleur massique du mélange (cal/g°C)

C concentration local en gaz combustible (en volume)

C_0 concentration dans l'écoulement libre

T température absolue (°K)

Θ écart à la température de paroi (T_p-T) (°C)

Θ_0 écart de température entre la paroi et l'écoulement libre (°C)

μ viscosité moléculaire (poises)

μ_t viscosité turbulente (poises)

ν viscosité cinématique (cm^2/s)

k conductivité thermique moléculaire (cal/s °C.cm)

k_t conductivité thermique turbulente (cal/s °C.cm)

D coefficient de diffusion binaire (cm^2/s)

(ρD) diffusivité moléculaire (g/cm.s)

$(\rho D)_t$ diffusivité turbulente (g/cm.s)

K_T coefficient de diffusion thermique (= 0,167 C pour l'hydrogène)

δ_u épaisseur de la couche limite dynamique (cm)

δ_h épaisseur de la couche limite thermique (cm)

δ_d épaisseur de la couche limite de diffusion (cm)

δ_1 épaisseur de déplacement (cm)

δ_2 épaisseur de quantité de mouvement (cm)

Δ épaisseur de convection thermique (cm)

ε_u viscosité totale (poises)

ε_h conductivité totale (cal/s °C.cm)

ε_d diffusivité totale (g/cm.s)

$l_{(\ )}$ longueur de mélange de Prandtl référencée à l'indice (cm)

V, Y, U^* variables transformées (formules |V-4-17|)

E tension de sortie sur le Thermo-anémomètre (volts)

$R_u(\tau)$ coefficient de corrélation dans le temps pour la vitesse (s)

$R_\theta(\tau)$ coefficient de corrélation dans le temps pour la température (s)

$R_{u,\theta}$ coefficient de corrélation vitesse-température (s)

$F_u(n)$ ou $F_x(n)$ fonction spectrale de la vitesse (s)

$F_\theta(u)$ fonction spectrale de la température (s)

GRANDEURS SANS DIMENSION

$R_{(\ )}$ nombre de Reynolds relatif à la longueur en indice

Pr nombre de Prandtl $\frac{C_p \mu}{k}$

Sc nombre de Schmidt $\frac{\nu}{D}$

Le nombre de Lewis $\frac{\rho C_p D}{k}$

St nombre de Stanton

C_f coefficient de frottement à la paroi

X^+ distance = $\int_L^X \frac{\rho_0 U_0}{\mu_0} \sqrt{C_f/2}\, dx$

y^+ distance = $y \frac{\rho_0 U_0}{\mu_0} \frac{1}{\sqrt{C_f/2}}$

u^+ vitesse = $\frac{u}{U_0} \frac{1}{\sqrt{C_f/2}}$

$\varepsilon_u^+ = \frac{\varepsilon_u}{\mu}$

$\varepsilon_h^+ = \frac{\varepsilon_h}{C_p \mu}$

$\varepsilon_d^+ = \frac{\varepsilon_d}{\mu}$

INDICES

$(\bar{})$ valeur moyenne

$(\,)'$ valeur fluctuante

o écoulement libre

w à la paroi

t se rapportant au turbulent

u se rapportant au transfert de quantité de mouvement

h se rapportant au transfert de chaleur

d se rapportant au transfert de masse

m,g se rapportant au mélange gazeux

Introduction

Le problème du transfert d'une quantité scalaire dans une couche limite turbulente dans l'air n'est pas résolu d'une manière purement théorique. Les solutions semi-empiriques existantes s'appuient sur des hypothèses physiques pleinement justifiées par les travaux expérimentaux dans le cas général où l'origine des différentes couches limites est commune. Ces mêmes hypothèses faites pour le cas d'une discontinuité de paroi en transfert de chaleur et de matière, sont beaucoup moins justifiées du fait que les études expérimentales sont rares. Nous entendons par discontinuité, une variation brusque de la température et de la concentration à la paroi.

Or, le problème de la discontinuité de paroi est fréquemment rencontré dans les écoulements industriels. Récemment un intérêt particulier leur est porté par suite des études entreprises dans le cadre de la pollution atmosphérique.

Les travaux que nous présentons dans ce mémoire portent sur une discontinuité de paroi de type "échelon" en température, et, en concentration en hydrogène, par catalyse de surface. Cette étude fait suite aux travaux entrepris sur la couche limite laminaire avec réaction chimique[1][2] et elle a fait l'objet de publications partielles[3][4][5].

Chronologiquement, le problème a été étudié en deux phases. Tout d'abord, sur le dispositif expérimental que nous avons construit, nous avons exploré finement en mesures moyennes les différentes couches limites qui se développent au-dessus de la plaque. Nous avons ensuite mis au point un appareillage qui s'était révélé indispensable pour l'étude des fluctuations et des corrélations, les méthodes de mesure déjà existantes ne pouvant répondre à notre besoin en particulier pour les concentrations.

Nous définissons le problème tant expérimental que théorique au chapitre I par la mise en équations et par l'étude bibliographique.

Le chapitre II décrit la réalisation du montage et nous donnons au chapitre III, toutes les caractéristiques dynamiques de l'écoulement qui, même sous leur forme adimensionnelle, dépendent toujours un peu de la soufflerie utilisée.

Au chapitre IV, nous rendons compte des mesures moyennes. Elles nous permettent après quelques calculs théoriques de mettre en doute les hypothèses habituelles, en particulier sur la valeur constante que prend le nombre de Prandtl turbulent dans une couche limite.

L'importance des températures de paroi mises en jeu nous conduit, au chapitre V, à définir un changement de variables permettant de passer du problème de l'écoulement réel au problème d'un écoulement fictif dont les propriétés physiques du fluide sont constantes, c'est-à-dire en nous ramenant au cas incompressible.

Nous présentons au chapitre VI, l'étude et la modification apportée au Thermo-anémomètre "Calvet" en vue de son utilisation dans une chaine de mesure à échantillonnage donnant les mesures des fluctuations de vitesse, température et concentration. Une nouvelle méthode est de ce fait mise au point pour les fluctuations de concentration.

Les résultats tests de ce dispositif anémométrique sont donnés au chapitre VII et le chapitre VIII présente une discussion générale des résultats.

Chapitre I

Données théoriques et travaux antérieurs

I-1. CHOIX DES CONDITIONS AUX LIMITES

L'étude expérimentale des transferts turbulents avec discontinuité de paroi, pose des problèmes techniques quant à la réalisation de conditions aux limites bien définies. D'autre part, le choix de ces conditions aux limites influe directement sur la complexité théorique du problème.

Le cas de la discontinuité de type "échelon" présente un intérêt tant expérimental que théorique, ce cas est de plus techniquement réalisable.

I-1-1. Conditions aux limites

Elles sont résumées sur la figure I-1 :

Une couche limite turbulente se développe au-dessus d'une plaque plane en l'absence de gradient de pression. A la distance $x = \ell$ de l'origine, la plaque est maintenue à la température constante T_w. Le fluide en écoulement est un mélange d'air et d'hydrogène en faible pourcentage à la concentration C_0. Pour $x = \ell$, la concentration à la paroi est imposée à $C_w = 0$.

Le processus utilisé pour la réalisation de cette condition est la combustion catalytique de l'hydrogène sur la paroi. Cette combustion n'intervient pas au sein du fluide, sa cinétique de réaction est telle que la concentration à la paroi C_w est nulle.

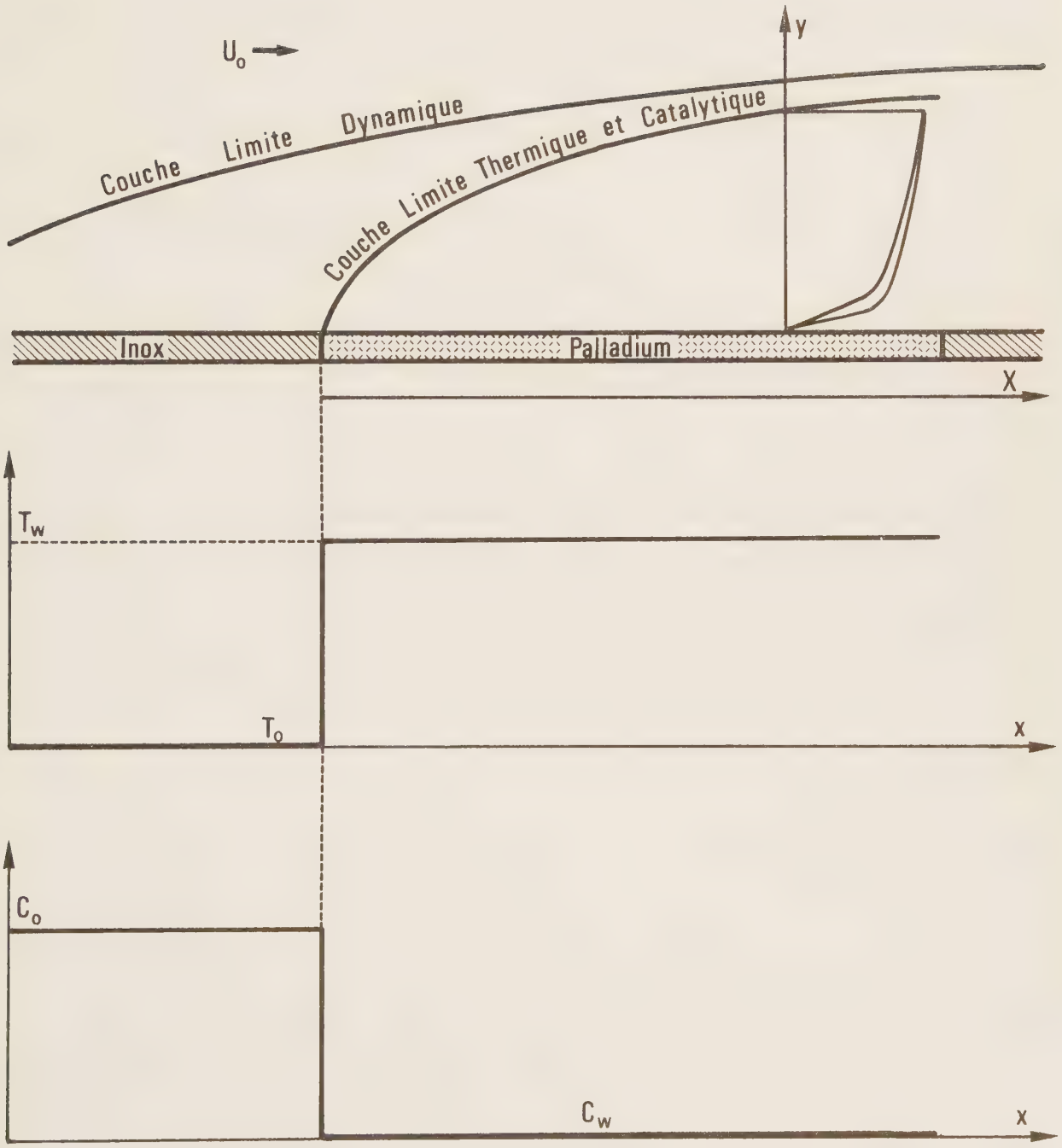


Fig. I-1. - *Conditions aux limites*

Il est toutefois possible que juste à la discontinuité, le transfert de masse étant très important, la concentration ne soit pas nulle. De toute façon, ceci n'interviendrait que sur un ou deux millimètres.

Avec ces conditions aux limites, nous avons étudié des transferts de chaleur seule (C = 0) et des transferts simultanés de chaleur et de masse (C = 1,2 ou 3 %).

I-1-2. Justification du choix de l'hydrogène

La propriété remarquable de l'hydrogène est son fort coefficient de diffusion D. Ce fait présente l'avantage de donner un nombre de Schmidt $Sc = \frac{\nu}{D}$ nettement différent de l'unité (0,23). Il en est de même évidemment pour le nombre de Lewis $Le = \frac{\rho C_p d}{k} \simeq 3,5$.

Le nombre de Schmidt caractérise l'analogie entre le transfert de quantité de mouvement et le flux de masse. Le nombre de Lewis caractérise l'analogie entre le flux de chaleur et de masse. Les exposants des nombres de Schmidt et de Prandtl intervenant dans les formules de transfert sont toujours très discutés pour les valeurs très différentes de l'unité. Il était donc intéressant de réaliser les conditions aux limites décrites ci-dessus avec un tel nombre de Schmidt.

I-2. LES EQUATIONS

I-2-1. Equations générales

Nous considérons les équations de conservation à deux dimensions utilisées en écoulement laminaire compressible pour un mélange binaire de gaz. Ces équations complètes sont décrites par Scala et Baulknight[6].

u, v, T et C sont les valeurs instantanées de la vitesse, température et concentration.

La pression statique est constante et la variation de la chaleur massique C_p en fonction de la température est négligée.

La faible vitesse de l'écoulement libre (30 m/s) permet de négliger la contribution de l'énergie cinétique dans l'équation de l'enthalpie. D'autre part, l'apport d'enthalpie dû au flux de diffusion d'hydrogène peut être négligé compte tenu de sa faible concentration.

Dans ces conditions, x et y étant respectivement les coordonnées longitudinale et normale, les équations s'écrivent :

Equation de conservation :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \qquad |I\text{-}1|$$

Equation de la quantité de mouvement :

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad |I\text{-}2|$$

Equation de l'enthalpie :

$$C_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + C_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) \qquad |I\text{-}3|$$

Equation de diffusion :

$$\rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left\{(\rho D) \frac{\partial C}{\partial y} + (\rho D) \frac{K_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right\} \qquad |I\text{-}4|$$

Pour adapter ces équations au cas de l'écoulement turbulent, nous considérons les valeurs moyennes des variables et nous remplaçons les paramètres moléculaires de transport par leur équivalent en turbulent

$$u = \bar{u} + u' \qquad v = \bar{v} + v' \qquad T = \bar{T} + T' \qquad C = \bar{C} + C'$$

A partir de maintenant, nous ne considérons que les valeurs moyennes ou fluctuantes, aussi nous appellerons u, v, T et C, les valeurs moyennes et non les valeurs instantanées.

Nous allons faire apparaître dans les équations |I-2|, |I-3| et |I-4|, la viscosité turbulente, la conductivité turbulente et la diffusion turbulente.

La viscosité turbulente :

$$\mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = - \overline{(\rho v)' u'} \qquad |I-5|$$

La conductivité turbulente :

$$k_t \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right) = - \overline{(\rho v)' T'} \, C_p \qquad |I-6|$$

La diffusivité turbulente :

$$(\rho D)_t \left(\frac{\partial C}{\partial y}\right) = - \overline{(\rho v)' C'} \qquad |I-7|$$

Dans le cas où la variation de ρ avec la température est négligeable, on peut remplacer $(\rho v)'$ par $\rho . v'$.

Introduisons |I-5|, |I-6| et |I-7| dans les équations générales écrites pour le turbulent, on obtient :

Equation de quantité de mouvement :

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu+\mu_t) \frac{\partial u}{\partial y}\right] \qquad |I-8|$$

Equation de l'enthalpie :

$$C_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + C_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} (k+k_t) \frac{\partial T}{\partial y} \qquad |I-9|$$

Equation de diffusion :

$$\rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left| (\rho D) + (\rho D)_t \right| \frac{\partial C}{\partial y} + \rho D \frac{K_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right\} \qquad |I-10|$$

Le dernier terme de droite provient de la thermodiffusion.

Remarques :

1) La concentration C dans l'équation |I-10| est le rapport molaire n/N (n nombre de moles d'hydrogène, N nombre de moles de mélange), en toute rigueur, il faudrait prendre la concentration massique $\frac{nm}{NM}$, mais on suppose la masse molaire du mélange constante étant donné la faible teneur en hydrogène.

2) L'absence d'indice pour les coefficients de transport indique les propriétés moléculaires et l'indice t les propriétés turbulentes.

I-2-2. Mise sans dimensions

Nous allons introduire les coefficients sans dimensions tel qu'ils sont définis par Rosenbaum[7].

Nombre de Prandtl effectif :

$$\frac{1}{Pr_e} = \frac{1}{Pr\left(1 + \frac{\mu_t}{\mu}\right)} + \frac{1}{Pr_t\left(1 + \frac{\mu}{\mu_t}\right)} \qquad |I\text{-}11|$$

Nombre de Schmidt effectif :

$$\frac{1}{Sc_e} = \frac{1}{Sc\left(1 + \frac{\mu_t}{\mu}\right)} + \frac{1}{Sc_t\left(1 + \frac{\mu}{\mu_t}\right)} \qquad |I\text{-}12|$$

Nous reportons dans les équations |I-9| et |I-10|

$$\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\mu_t + \mu}{Pr_e} \frac{\partial T}{\partial y}\right] \qquad |I\text{-}13|$$

$$\rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left(\frac{\mu_t + \mu}{Sc_e} \frac{\partial C}{\partial y}\right) + \frac{\mu}{Sc} \frac{K_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y}\right\} \qquad |I\text{-}14|$$

Ces deux équations associées à l'équation |I-8| sont celles que nous utiserons. Dans ces équations, toutes les approximations habituelles de couche limite

ont été faites. Certaines, notamment les dérivées longitudinales négligées, devront être discutées dans le cas d'une discontinuité de paroi.

Les conditions aux limites correspondant à la figure I-1 sont les suivantes :

Equation |I-8|

$y = 0 \quad u = 0 \quad y > \delta \quad u = U_0$

Equation |I-13|

$y = 0 \quad x < L \quad T = T_0$

$\quad\quad x > L \quad T = T_w$ constante

$y > \delta_h \quad\quad T = T_0$

Equation |I-14|

$y = 0 \quad x < L \quad C = C_0$

$\quad\quad x > L \quad C = 0$

$y > \delta_d \quad\quad C = C_0$

Nous définissons également la viscosité totale :

$$\varepsilon_u = \mu + \mu_t$$

la conductivité totale :

$$\varepsilon_h = (k + k_t) \frac{1}{C_p}$$

la diffusivité totale :

$$\varepsilon_d = (\rho D) + (\rho D)_t$$

A ces grandeurs correspondent les valeurs sans dimensions

$$\varepsilon_u^+ = \frac{\varepsilon_u}{\mu}, \qquad \varepsilon_h^+ = \frac{\varepsilon_h}{\mu} \qquad \text{et} \qquad \varepsilon_d^+ = \frac{\varepsilon_d}{\mu}$$

On montre facilement à partir des relations |I-11| et |I-12| que :

$$\varepsilon_h^+ = \frac{1 + \frac{\mu_t}{\mu}}{Pr_e} \qquad |I\text{-}15|$$

et

$$\varepsilon_d^+ = \frac{1 + \frac{\mu_t}{\mu}}{Sc_e} \qquad |I\text{-}16|$$

Les autres grandeurs intéressantes que nous rencontrerons sont les flux exprimés d'une manière sans dimensions sous forme de nombre de Stanton :

pour la chaleur : $St_h = \frac{h}{\rho\, C_p\, U_0}$

$$St_h = + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_h} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0}\right) dy \qquad |I\text{-}17|$$

où θ est l'écart de température $T_w - T$

pour la diffusion :

$$St_d = + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta_d} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) dy \qquad |I\text{-}18|$$

I-3. TRAVAUX THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX SUR LE PROBLEME.

Nous trouvons dans la littérature deux formes de travaux sur les problèmes d'écoulement turbulent avec discontinuité de paroi :

1°) plaque plane avec couche limite dynamique préétablie sur une longueur L.

2°) écoulement dynamique établi dans un tuyau avec flux de chaleur à la distance L.

Dans les deux cas, les mêmes formules sont applicables en adaptant les dimensions.

Les différents travaux consistent à prévoir le flux de chaleur local à la paroi en tenant compte de certaines hypothèses physiques.

I-3-1. Travaux théoriques

Les principaux auteurs ayant proposé une formule pour le nombre de Stanton local sont : Rubesin 1951[8], Seban 1951[9], Tribus et Klein 1953[10], Reynolds et al 1958[11], Spalding 1961[12].

Dans le tableau suivant, nous résumons les principaux résultats de ces auteurs en notant la base de leur formule.

St_0 est le nombre local de Stanton dans le cas d'une plaque chauffée d'une manière uniforme

Auteurs	Formule	Base
RUBESIN 1951	$\frac{St}{St_0} = \left[1 - \left(\frac{L}{x}\right)^{39/40}\right]^{-7/39}$	Théorie approchée
SEBAN 1951	$\frac{St}{St_0} = \left[1 - \left(\frac{L}{x}\right)^{9/10}\right]^{-1/9} Pr^{-2/9}$	Théorie approchée
TRITUS et KLEIN 1953	$\frac{St}{St_0} = \left[1 - \left(\frac{L}{x}\right)^{0,8}\right]^{-0,11}$	Exposants expérimentaux
REYNOLDS et AL 1958	$\frac{St}{St_0} = \left[1 - \left(\frac{L}{x}\right)^{9/10}\right]^{-1/9}$	Théorie approchée
SPALDING 1961	$St = Sp(x^+, Pr) \frac{(C_f/2)^{1/2}}{Pr}$	Sp mathématiquement exacte

Les quatre premières théories s'appliquent uniquement dans le cas d'un champ de vitesse uniforme, c'est-à-dire au-dessus d'une plaque plane sans gradient de pression ou dans un tuyau à section constante.

La théorie de Spalding est applicable dans le cas où il y a des gradients de pression.

Nous présenterons les résultats du tableau en trois groupes :

GROUPE 1 : Rubesin, Seban et Reynolds

GROUPE 2 : Tritus et Klein

GROUPE 3 : Spalding

Groupe 1 :

Les solutions sont basées sur des approximations à la fois mathématiques et physiques. Notamment, l'une d'entre elles consiste à négliger la sous-couche laminaire. Or, il est clair que pour des valeurs de x très peu supérieures à L (X petit), la majeure partie du transfert se fait dans la sous-couche laminaire.

Dans ces théories, la loi de vitesse utilisée est en $\left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7}$ et il est supposé une loi analogue pour la chaleur.

Les formules de ces auteurs ne sont applicables que pour des nombres de Prandtl égaux à l'unité ou voisins de l'unité, ils sont donc difficilement applicables à un transfert de masse, tel que le nôtre (Sc = 0,23).

Groupe 2 :

Les mêmes hypothèses physiques sont utilisées, mais les exposants sont déterminés expérimentalement.

C'est une méthode pratique très valable, mais qui dépend beaucoup des valeurs choisies par les expérimentateurs. Les divergences entre divers auteurs sont telles qu'il est difficile de conclure sur l'applicabilité de la méthode.

Groupe 3 :

La méthode de Spalding est celle qui a eu et a toujours le plus de succès.

L'hypothèse fondamentale est que la couche limite de vitesse a un caractère universel pour toutes les valeurs de x avant et après la discontinuité. Ceci signifie que le profil $u^+(y^+)$ est un profil unique, u^+ et y^+ étant définis par :

$$u^+ = \frac{u}{\sqrt{\tau_w/\rho}} , \qquad y^+ = \frac{y}{\nu}\sqrt{\tau_w/\rho} \qquad |I\text{-}18|$$

Un autre aspect de cette hypothèse est que $\tau = \tau_w$ indépendamment de y.

Le profil unique $u^+(y^+)$ représente les propriétés du fluide avec une bonne approximation jusqu'au près de la paroi ; on est donc en droit d'espérer que la théorie donnera une prédiction de transfert de chaleur valable même si la couche limite thermique est beaucoup moins épaisse que la couche dynamique comme c'est le cas après la discontinuité.

La théorie se résume par une solution mathématiquement exacte de la forme :

$$\frac{St}{\sqrt{C_f/2}} = f\left(Pr, \int_L^x \frac{U_0\sqrt{C_f/2}}{\nu}\, dx\right) \qquad |I\text{-}19|$$

f sera appelée la fonction de Spalding.

D'après la forme |I-19|, l'évaluation du nombre de Stanton peut se faire à partir du moment où la distribution du coefficient de frottement est connue. Ceci nécessite une étude préalable des caractéristiques dynamiques de la couche limite.

La discussion de cette théorie n'intervient que sur la nature des hypothèses physiques nécessaires pour calculer la fonction f. La principale hypothèse est faite sur le nombre de Prandtl turbulent qui est considéré comme constant, nous reviendrons sur ce fait au paragraphe I-4.

I-3-2. Travaux expérimentaux

Un assez grand nombre d'expérimentateurs ont travaillé sur le problème de la discontinuité de paroi, nous n'avons retenu que les principaux. Les travaux les plus rares concernent le transfert de masse.

D'une manière générale, il ressort de toutes les mesures que nous avons collectées que l'étude du problème très près de la discontinuité est insuffisante. En effet, comme nous le verrons, l'intervalle de X intéressant est très restreint ; très vite, la couche limite thermique tend à reprendre le caractère de la couche dynamique comme dans le cas d'un bord d'attaque commun.

Dans le tableau (page suivante), nous présentons les travaux expérimentaux que nous avons retenus.

Ces auteurs comparent les résultats expérimentaux aux diverses théories exposées plus haut.

De l'analyse de ces travaux, nous avons retenu les points suivants :

1°) Vérification des formules semi-empiriques de transfert

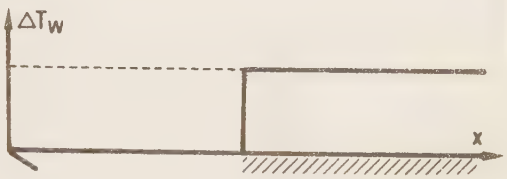
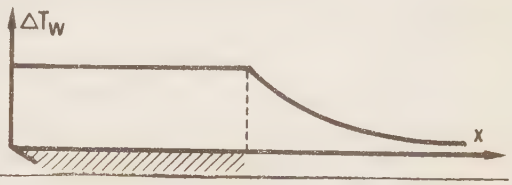
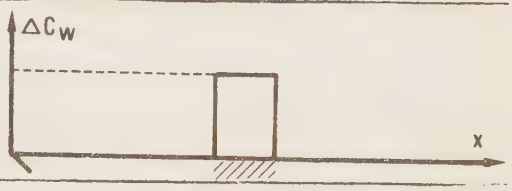
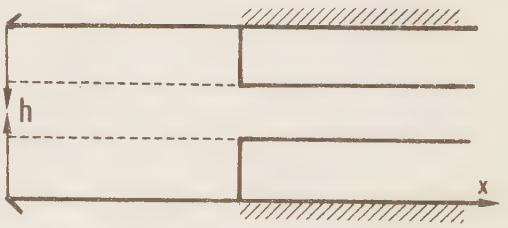
Comme résultats types, nous montrons sur la figure I-2 ceux de Ishiguro. Les conditions expérimentales de cet auteur correspondent à un échelon de flux à la paroi. Il mesure les températures de paroi et il applique les formules de Spalding, Rubesin et Seban. Ces expériences sont faites dans l'air et dans l'eau au-dessus d'une plaque plane.

a) Résultats dans l'air : Les trois théories donnent des résultats très voisins, d'une manière générale, le flux calculé est insuffisant, très près de la discontinuité. C'est malgré tout avec la formule de Spalding que cette insuffisance est minimum.

b) Résultats dans l'eau : Nous retrouvons la même remarque que dans l'air avec la formule de Spalding. Par contre, les formules de Rubesin et de Seban donnent des flux nettement insuffisants. Ceci est dû au fait que le nombre de Prandtl n'intervient pas du tout dans la formule de Rubesin et d'une manière insuffisante dans la formule de Seban.

Par contre, l'intervention d'un nombre de Prandtl dans la fonction de Spalding semble correct (voir Spalding 1964[21]).

D'une façon générale, tous les résultats collectés présentent le même caractère lorsqu'on les compare aux trois théories que nous avons citées : le flux calculé est insuffisant tout près de la discontinuité.

Auteurs	Domaines	Conditions
JOHNSON WHIPPANY (13) 1957	Mesures des distributions moyennes de T. Calcul de St en température.	
JOHNSON (14) 1959	Mesures de fluctuations et de corrélations température et vitesse	
REYNOLDS KAYS KLINE (15) 1960	Mesures de transferts et de répartitions de température de paroi	
SOGIN GOLDSTEIN (16) 1961	Mesures de transfert de masse Sc = 2,5	
JOHNK HANRATTY (17) 1962	Entrées thermiques dans un tuyau avec régime dynamique établi. Répartitions de température	
TANIMOTO HANRATTY (18) 1963	Mesures des fluctuations dans la région d'entrée thermique d'un tuyau.	
ISHIGURO (19) 1967	Mesures de températures de paroi à flux constant.	
BLOM (20) 1970	Mesure du nombre de Prandtl turbulent derrière la discontinuité.	

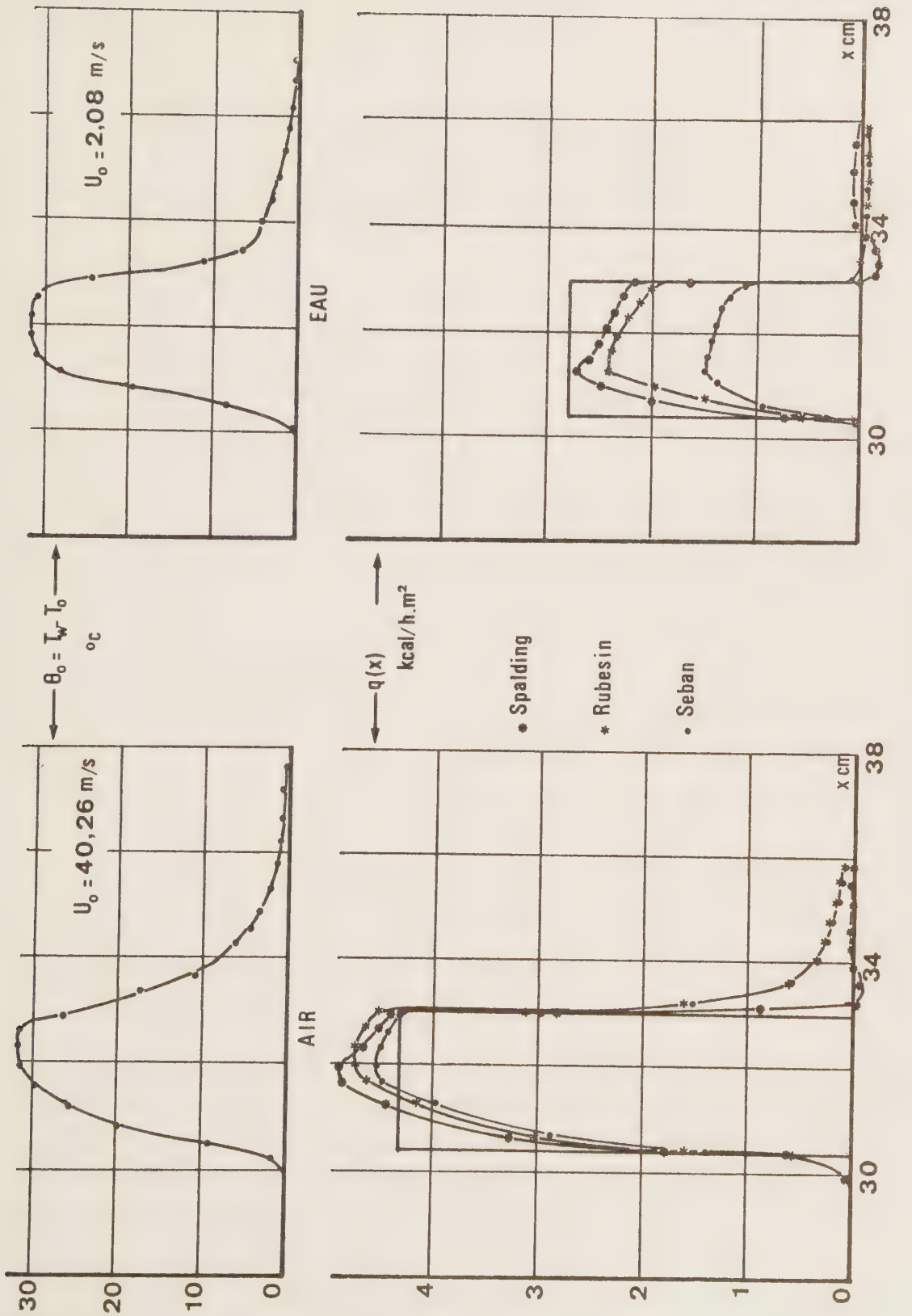


Fig. I-2. - *Résultats d'Ishiguro*
(Comparaison des théories de Spalding, Rubesin et Seban).

Lorsque X tend vers zéro, la formule de transfert devrait être asymptotique à une formule laminaire du type Lighthill[22], c'est avec la fonction de Spalding qu'on s'en approche le plus.

2°) Longueur d'étude offrant un intérêt

La longueur X offrant un intérêt après la discontinuité est relativement réduite. La majorité des expérimentateurs laissent de côté les premiers centimètres pour des raisons techniques.

Nous montrons sur la figure I-3 les résultats obtenus par Johnson[13], en haut (a), les profils de température réduite en fonction de y/Δ pour différentes valeurs de X et en bas (b), le nombre de Stanton en fonction de X. Nous pouvons observer que au-delà de X = 10 inch (25 cm), les profils présentent une différence tout à fait minime avec le cas où les couches limites ont une origine commune.

Pour X très petit, la majeure partie de la couche limite ressemble plus à un profil laminaire et seule cette longueur inférieure à 25 cm mérite un examen particulier pour évaluer l'influence de la discontinuité.

3°) Mesures de fluctuations

Les grandeurs intéressantes pouvant être déduites des mesures instantanées dans la couche limite derrière la discontinuité sont :

- Les intensités de turbulence en température et concentration comparées aux mesures dynamiques.
- Les études de fréquence directes ou par auto-corrélation. Certains auteurs tel Johnson[14] s'intéressent également au facteur d'intermittence.
- Les mesures de coefficient de corrélation permettant de déduire notamment le nombre de Prandtl turbulent.

En général, les mesures de fluctuations n'ont pas été effectuées très près derrière la discontinuité. Seuls Tanimoto et Hanratty[18] ont mesuré des intensités de turbulence en température dans la zone d'entrée thermique d'un tuyau, ces résultats sont sur la figure I-4. Les fluctuations sont portées sous la forme $\frac{(\theta'^2)^{1/2}}{t^+}$ en fonction de y^+ ; t^+ étant égal à $\rho\, C_p\, u_\tau / q$.

Blom[20] a calculé des nombres de Prandtl turbulents à partir de ses mesures instantanées et aussi à partir de ses mesures moyennes, nous revenons sur ce problème au paragraphe suivant.

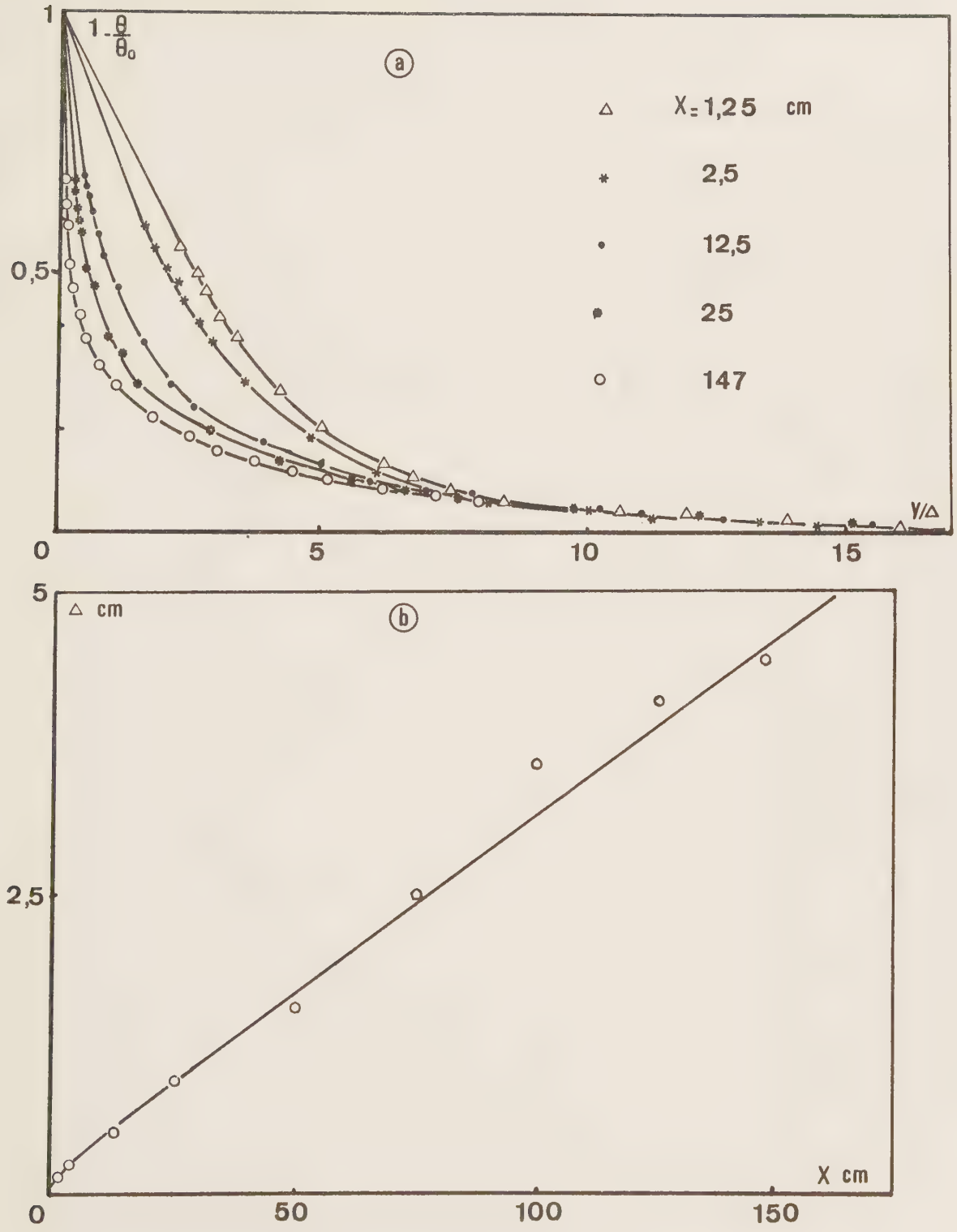


Fig. I-3. - *Résultats de Johnson*
(Importance de la longueur d'étude)

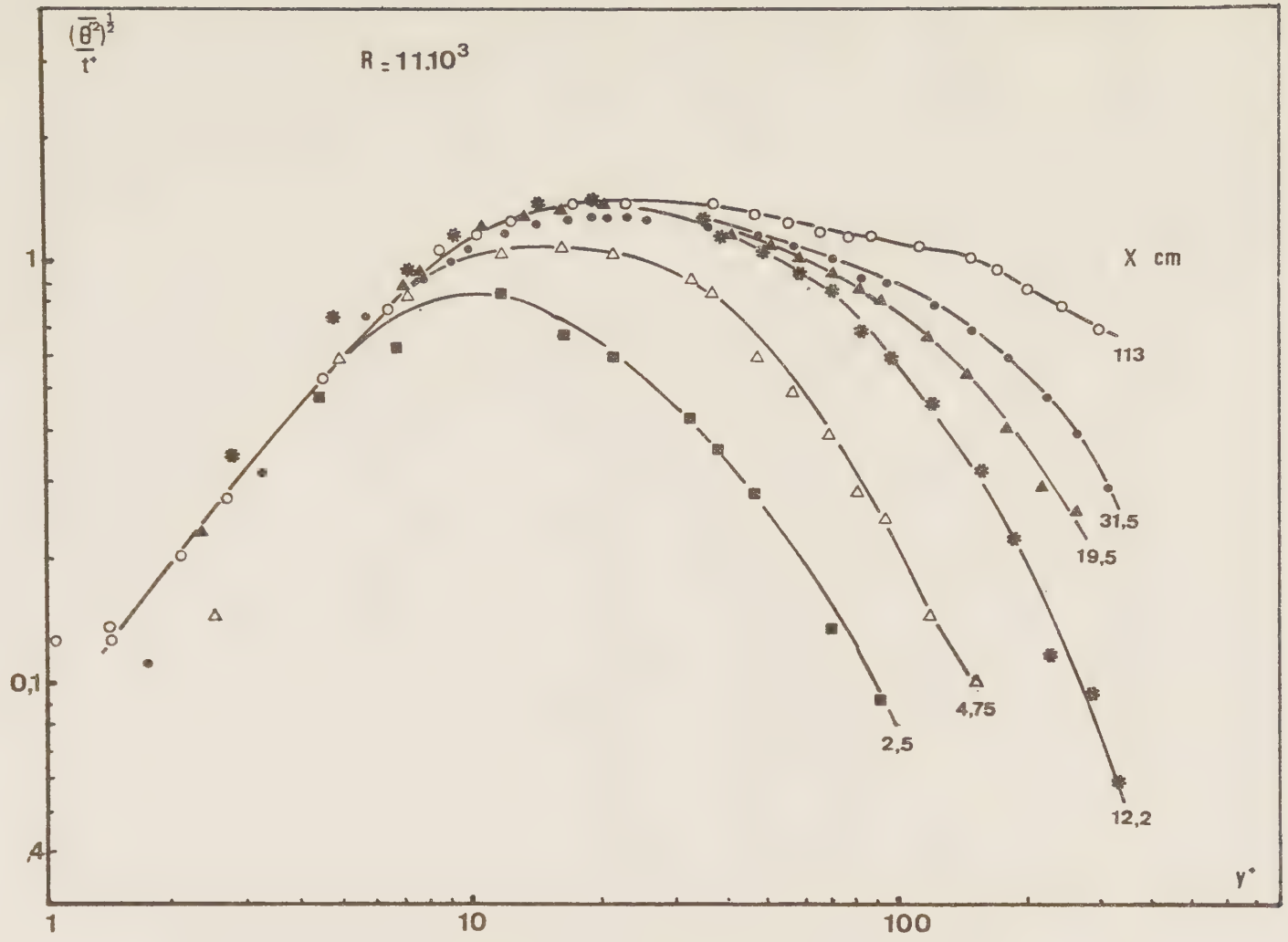


Fig. I-4. - *Mesure de fluctuations thermiques à l'entrée d'un tuyau (D'après Tanimoto et Hanratti)*

I-4. LE NOMBRE DE PRANDTL TURBULENT

I-4-1. Considérations générales

L'hypothèse physique la plus discutable dans la théorie de Spalding est celle sur le nombre de Prandtl turbulent qui est considéré comme constant.

Ce problème n'étant absolument pas résolu dans le cas général, il l'est encore moins dans le cas d'une discontinuité de paroi.

Kestin et Richardson[23] puis Blom[20] ont collecté dans la littérature un certain nombre de résultats concernant les valeurs du nombre de Prandtl turbulent dans une couche limite, le plus souvent dans un tuyau et quelquefois au-dessus d'une plaque plane (les calculs sont plus précis dans un tuyau).

Les résultats de Blom sont portés sur la figure I-5. Comme nous pouvons le voir, il existe une très grande disparité entre les courbes des différents auteurs ; il est absolument impossible de conclure quant à la constance de Pr_t et quant à la valeur éventuelle de cette constante, ceci dans le cas général où les couches limites ont une origine commune.

La valeur de Pr_t intervient directement dans les équations |I-13| et |I-14|*. La première hypothèse concernant Pr_t est faite dans l'analogie de Reynolds :

$$Pr = Pr_t = 1$$

Rappelons, brièvement, l'analogie de Reynolds :

Si $\frac{u}{U_0} = \frac{\Theta}{\Theta_0} = 1$ à $y = \infty$

$$\frac{u}{U_0} = \frac{\Theta}{\Theta_0} = 0 \quad \text{à} \quad y = 0$$

nous avons :

$$\tau_w = \mu U_0 \left[\frac{\partial (u/U_0)}{\partial y}\right]_w \qquad |I\text{-}20|$$

---

* Remarque : Nous ne nous intéressons ici qu'au nombre de Prandtl turbulent, mais il va de soi que les résultats s'appliquent aussi au nombre de Schmidt turbulent.

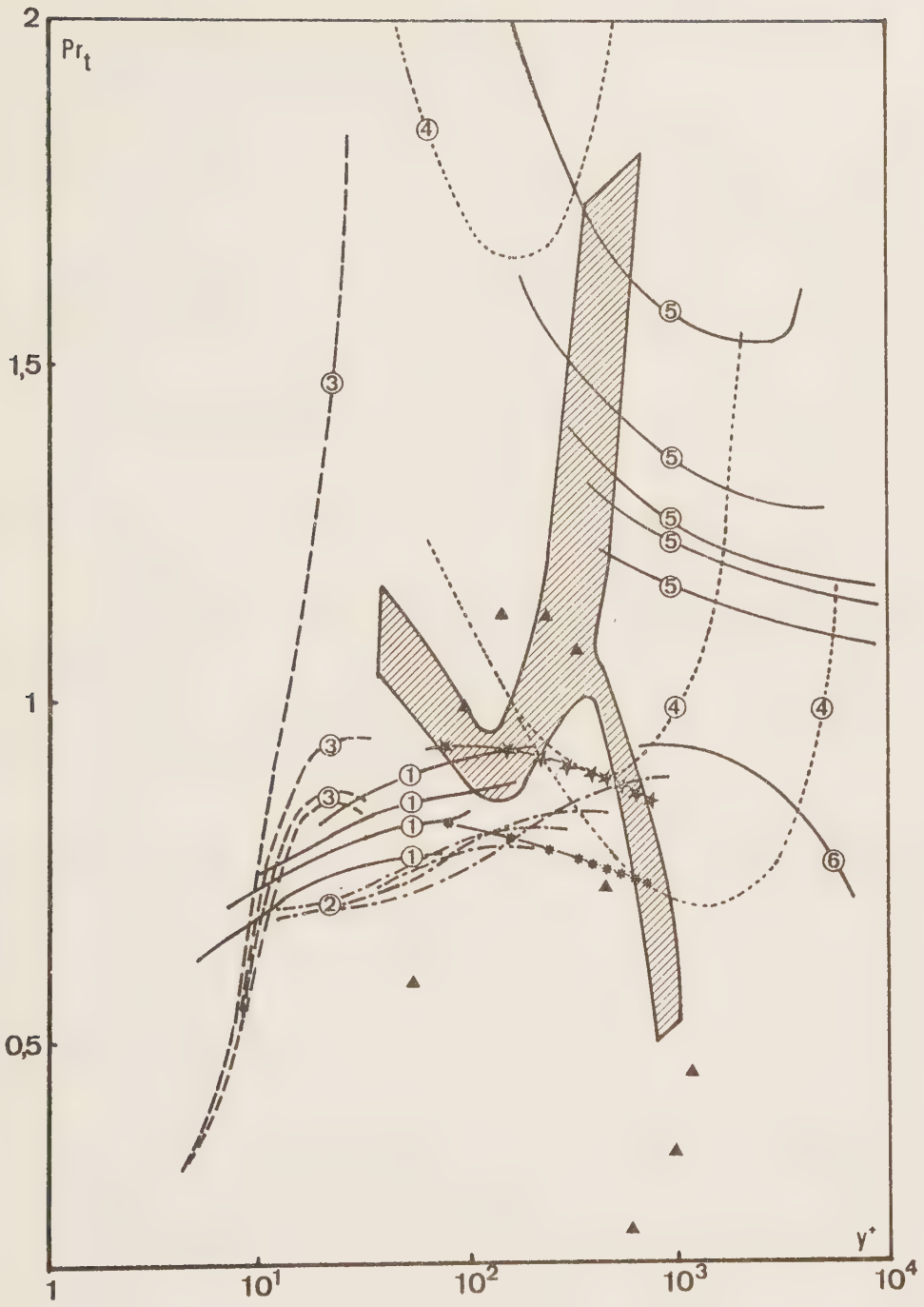


Fig. I-5. - Revue des valeurs expérimentales de Pr_t disponibles dans la littérature (d'après Blom)

① Corcoran et al[24]
② Sleicher[25]
③ Sage et Venezian[26]
④ Isakof et Drew[27]
⑤ Brown et al[28]
⑥ Ludvieg[29]
▲ Johnson[14]
Johnk et Hanratty[17]
Gowen et Smith[30]

et

$$q_w = k\Theta_0 \left|\frac{\partial(\Theta/\Theta_0)}{\partial y}\right|_w \qquad |I\text{-}21|$$

d'après l'analogie :

$$\frac{\tau_w}{\mu U_0} = \frac{q_w}{k\Theta_0} \quad \text{pour tout} \quad x \qquad |I\text{-}22|$$

Cette expression peut se mettre sous la forme très simple :

$$St = \frac{1}{2} C_f \qquad |I\text{-}23|$$

Cette relation a été améliorée en faisant intervenir le nombre de Prandtl moléculaire,

$$St\ (Pr)^{-2/3} = \frac{1}{2} C_f \qquad |I\text{-}24|$$

Cette relation suppose $Pr_t = 1$ dans la relation |I-11| définissant Pr_e.

La valeur de Pr_t est donnée par la formule :

$$Pr_t = (\varepsilon_u^+ - 1)/(\varepsilon_h^+ - 1/Pr) \qquad |I\text{-}25|$$

Les grandeurs intéressantes sont ε_u^+ et ε_h^+. Les mesures portées sur la figure I-5 ont été déduites des mesures de ε_u^+ et ε_h^+. Ces valeurs ont été le plus souvent mesurées à partir des profils moyens.

La principale raison de la dispersion des résultats concernant le nombre de Prandtl turbulent provient de la différenciation à appliquer aux profils moyens pour arriver aux valeurs de ε_h. Une très grande précision est nécessaire dans le relevé de ces profils.

Malgré tout, dans les écoulements établis, la valeur généralement admise se situe entre 0,7 et 0,95 (Ludvieg[29]), cette valeur donne de bons résultats pour les calculs semi-empiriques. La question plus particulièrement intéressante est la variation du nombre de Prandtl turbulent avec l'abscisse x.

I-4-2. Variation de Pr_t avec l'abscisse

Seuls les résultats de Blom[20] donnent des renseignements explicités sur ce problème dans le cas d'une discontinuité de paroi. Dans le cas général de l'écoulement établi, la valeur de Pr_t croît légèrement avec x ou avec le nombre de Reynolds ; la région la plus incertaine reste le voisinage de la paroi.

La détermination du nombre de Prandtl turbulent près de la paroi a une très grande importance pour l'étude de la discontinuité puisque derrière celle-ci, la majeure partie des transferts s'effectue au voisinage de la paroi.

I-4-3. Mesures instantanées et nombre de Prandtl turbulent

Les valeurs de ε_h et ε_d peuvent être mesurées directement à partir des valeurs moyennes à condition de supposer exactes les équations de couche limite sous leur forme simplifiée. Nous reviendrons sur ce calcul en présentant les résultats. Ces valeurs peuvent aussi être déduites des mesures instantanées tel que cela a été défini dans |I-6| et |I-7|.

Pour cela, il est nécessaire de mesurer le coefficient de corrélation entre v' et T' et entre v' et C' ; Johnson[14], Blom[20] et Ibragimov[54] ont effectué de telles mesures pour la température. Ces mesures sont pratiquement impossibles à effectuer juste après la discontinuité car les fils chauds croisés nécessaires pour de telles mesures ont une dimension du même ordre de grandeur que la couche limite thermique qui tend vers 0 lorsque X tend vers 0.

Les mesures de fluctuations longitudinales et de leur coefficient de corrélation peuvent donner des renseignements intéressants derrière la discontinuité mais ne peuvent pas donner directement des valeurs de Pr_t. Nous reviendrons sur ces mesures au chapitre VII.

I-5. CONCLUSION

L'étude d'une discontinuité de paroi dans une couche limite turbulente a été étudiée expérimentalement par plusieurs auteurs. Le même problème en concentration a été très peu étudié.

La zone d'étude intéressante est la longueur pour laquelle la sous couche laminaire occupe une place non négligeable dans la couche limite thermique, elle est de l'ordre de 20 cm pour un nombre de Reynolds $R_x = 10^6$. Cette zone a été peu étudiée en détail en raison des difficultés expérimentales dues à la faible épaisseur de la couche limite.

Avec les conditions aux limites que nous avons choisies, une étude des quinze premiers centimètres de la discontinuité va nous fournir des renseignements intéressants sur la diffusivité turbulente et la conductivité turbulente. Cette étude va être composée d'une part des mesures moyennes (chapitre IV) et d'autre part des mesures instantanées (Chapitre VII).

Chapitre II

Dispositif expérimental général

II-1. DISPOSITION GENERALE DE LA SOUFFLERIE

La vue d'ensemble du montage est montrée sur les photos 1 et 2. La soufflerie est à circuit fermé afin de maintenir constant un taux d'hydrogène sans avoir une consommation excessive. Le circuit est réalisé en tôle d'acier de 15/10e mm d'épaisseur (sauf la veine). Les différentes parties sont assemblées par des cadres boulonnés séparés par un joint de caoutchouc. Les tôles sont jointes bord à bord et soudées par points ; dans les raccords, nous avons injecté à la seringue un joint liquide (Pr 1005 L "Le joint français"), pour assurer une bonne étanchéité à l'hydrogène. Les détails de ce circuit sont dans le schéma de la figure II-1.

- *Le ventilateur centrifuge* (1) (V.I.M. H.B.B. 20) est actionné par un moteur électrique de 7 chevaux. Les caractéristiques sont les suivantes : débit maximum 3600 m^3/h, avec une perte de charge de 400 mm C.E. pour une vitesse de rotation de 2800 t/mn. La vitesse pour le point de fonctionnement est obtenue en agissant sur le diamètre des poulies (pour 30 m/s, vitesse de rotation du ventilateur 1400 t/mn) ; elle est en plus réglable continuellement entre 0 m/s et le point de fonctionnement par une perte de charge à trappe mobile actionnée par un petit moteur électrique et commandée à distance ; ceci permettra l'étalonnage des sondes en vitesse directement dans la veine ce qui est toujours préférable.

Le ventilateur débouche directement dans la *chambre de tranquillisation* ; entre les deux, des ailettes radiales (2) cassent les tourbillons en spirale qui pourraient se propager jusque dans la veine (phénomène rencontré dans un premier montage).

- *La chambre de tranquillisation* a pour dimensions : longueur 3,5 mètres, section 0,60×0,80 mètre.

Les deux filtres (3) ont un double rôle :

1°) Ils crèent chacun une perte de charge de 10 à 15 millimètres C.E. afin d'homogénéiser l'écoulement et de l'amener à un faible taux de turbulence (0,4 %).

2°) Ils retiennent toutes les particules ou poussières qui se détachent des parois et circulent dans l'écoulement et qui sont très gênantes lors de l'utilisation de fils chauds. Le premier filtre retient les particules au-dessus de 20 µ, et le second (Filtre à Media OZONAIR V.X.C.), les particules au-dessus de 1 à 2µ. Une toile métallique fine (4) (Gantois n° 100) se trouve juste à l'entrée du collecteur ; elle fait suite à un "nid d'abeilles" (5) dont les aubages droits, de profondeur 10 cm sont espacés de 5 cm.

- *Le collecteur* (6) est à simple courbure sur les quatre faces ; c'est d'après les études de Michel[31] la forme qui donne les meilleurs résultats pour les vitesses auxquelles nous travaillons. Sa longueur est de 80 cm et le rapport de contraction est de 20.

- *La veine d'essais* (7) est réalisée en alliage léger. Toutes les faces sont démontables. L'étanchéité est assurée par des joints cylindriques. Ses dimensions sont les suivantes : longueur 60 cm, section 10×15 cm. Les détails sont donnés au paragraphe 2. Une vis micrométrique (8) sert au déplacement des sondes.

Le circuit de retour est une gaine de section 20×15 cm ; il comporte le dispositif d'injection (11) et de régulation (9) (10) de l'hydrogène (voir § 3). Juste avant le ventilateur se trouve le *condensateur de vapeur d'eau* comportant un évaporateur (13) , un compresseur (14) et le régulateur de température (15) (Voir § 4). Tout ce système se trouve après le divergent (12) .

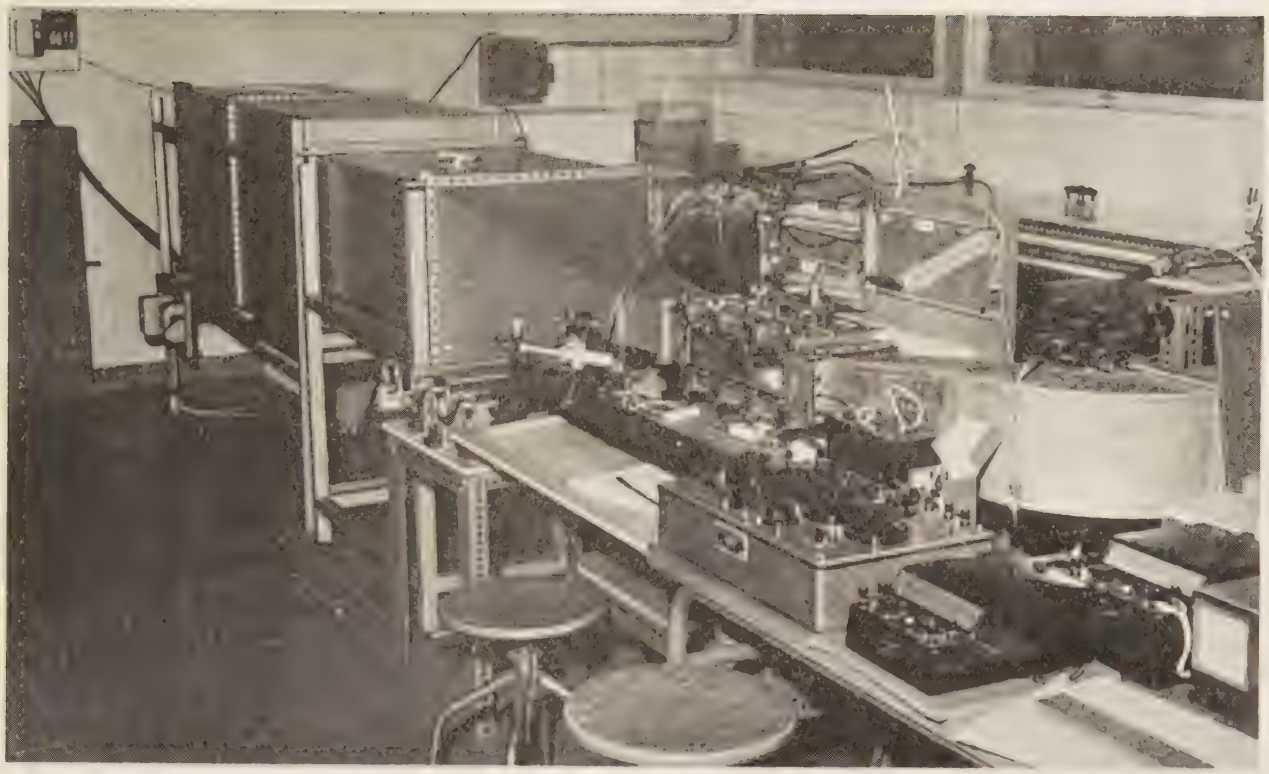


PHOTO II-1. : *Disposition générale du montage*
(Vue avant)

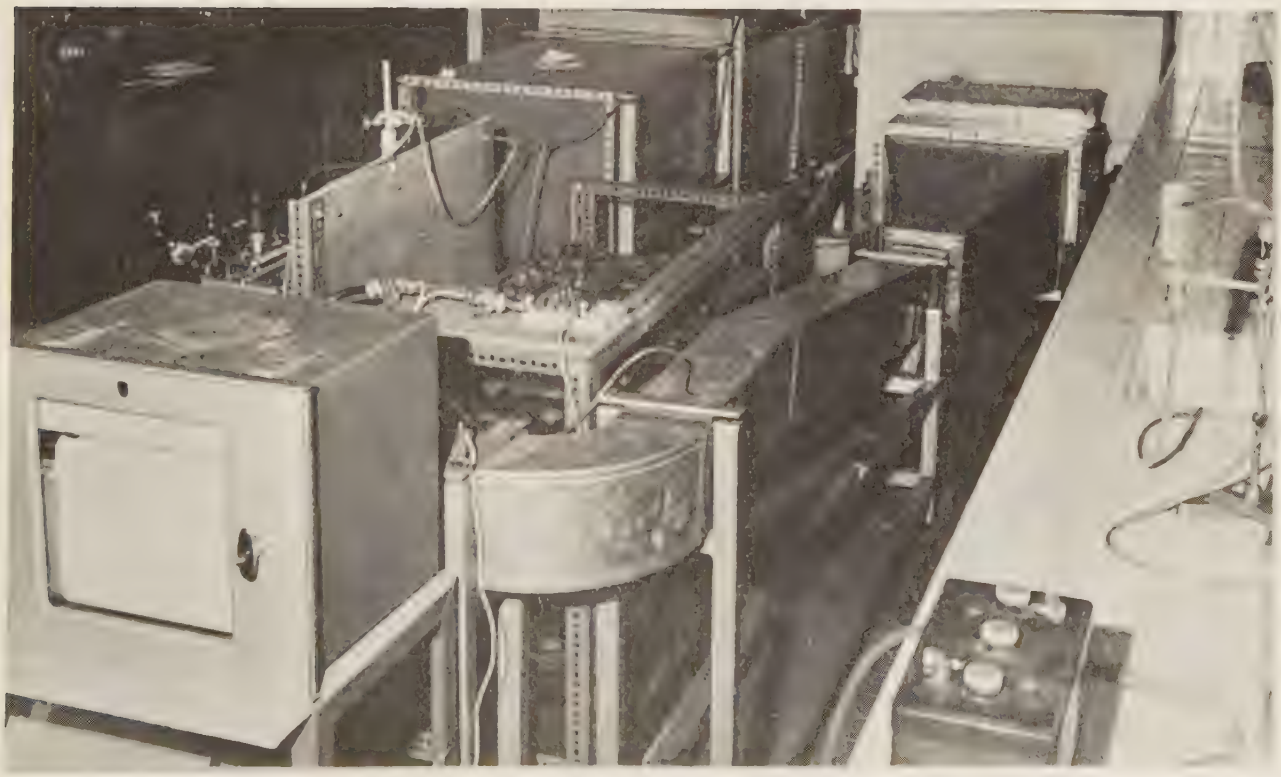


PHOTO II-2. : *Disposition générale du montage*
(Vue arrière)

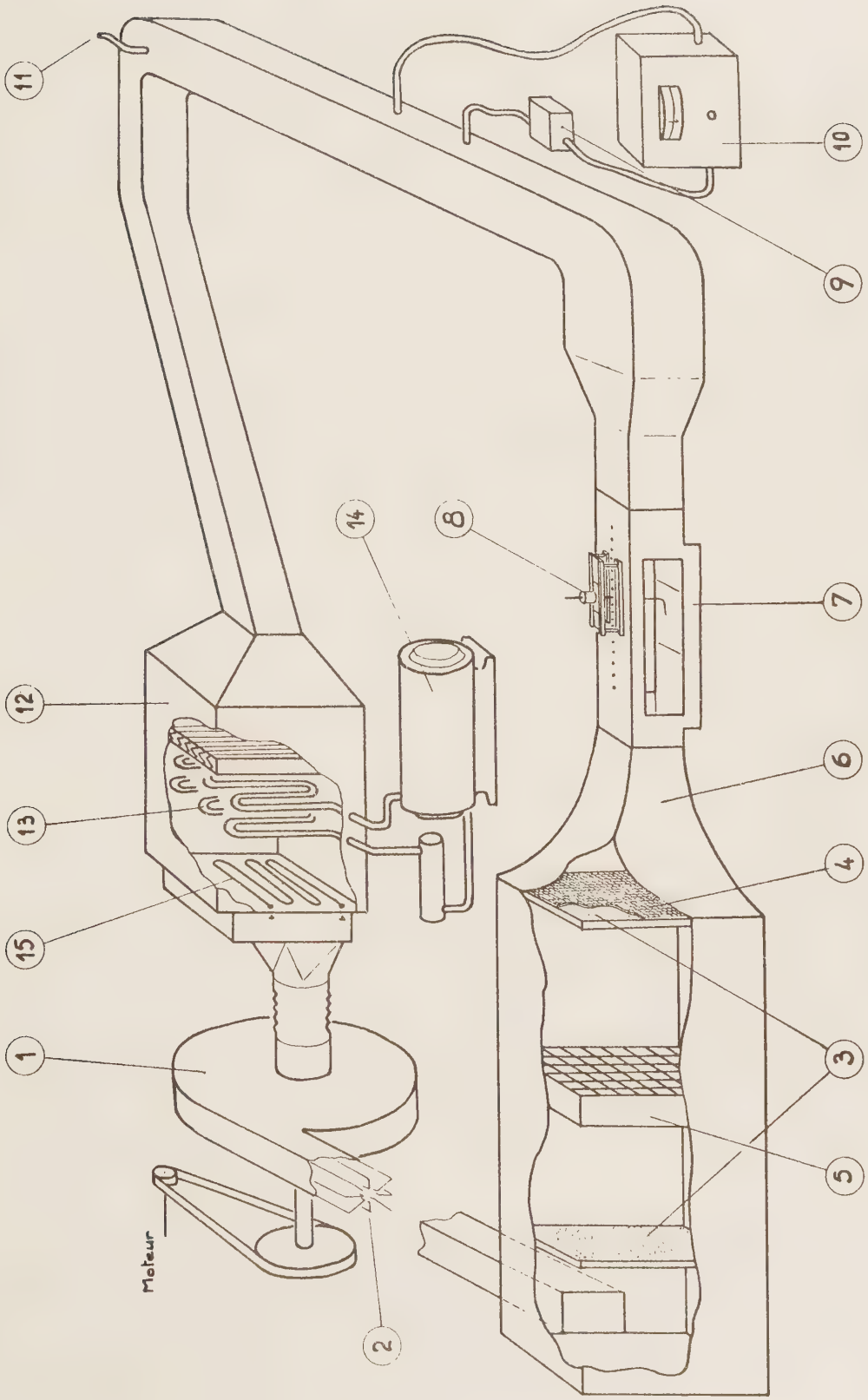


Fig. II-1. - *Circuit complet de la soubbleuse*

II-2. LA VEINE D'ESSAIS ET LA PLAQUE CHAUFFANTE

II-2-1. Disposition générale

Cette partie est sur la photo II-3. Nous montrons sur le schéma de la figure II-2, la disposition de la plaque qui forme la partie inférieure de la veine. Nous avons dû adopter ce montage au lieu de celui qui consiste à disposer la plaque au centre de la veine, et à avoir des écoulements symétriques, pour les deux raisons suivantes :

1°) le dispositif de chauffage ne permettait pas une épaisseur suffisamment réduite vis à vis de la hauteur de la veine.

2°) la longueur de la veine étant relativement courte, une légère saillie à la jonction plaque collecteur permet un épaississement artificiel de la couche limite et son établissement en régime pleinement turbulent. (Pour la détermination de l'origine fictive, voir chapitre III, § III-2).

La partie supérieure de la veine est à double paroi : le couvercle proprement dit qui supporte des passages étanches pour les sondes et une paroi mobile qui débute au niveau du collecteur. Cette dernière, réglable par vis, permet d'annuler les gradients de pression dûs au développement des couches limites sur les quatre faces et à leur épaississement dans le cas où la plaque est fortement chauffée.

II-2-2. Chauffage de la plaque

La partie chauffante est schématisée sur la figure II-3 (en coupe) et sur la figure II-4 (pour le circuit électrique). Les résistances sont logées sous la paroi et noyées dans un ciment réfractaire, le flux de chaleur vers le dessous et vers les bouts est rendu négligeable par l'emploi d'une forte épaisseur de réfractaire (conductivité 4.10^{-4} cal, $(s)^{-1}$, $(°C)^{-1}$). L'échange thermique entre la plaque chauffée et non chauffée se fait par contact au bord de raccordement. Cet effet a été minimisé au maximum en bisotant l'extrémité des plaques et en insérant une mince feuille de mica entre les deux.

Le fil résistant est en "Kanthal", de diamètre 0,67 mm. Il peut supporter 1300°C. Sa résistance est de 4 Ω par mètre. Il est isolé par des perles d'alumine à deux trous, disposées comme sur le schéma. La rangée supérieure des trous supporte un fil d'une seule pièce alimenté par une tension alternative réglable fournie à partir d'un auto-transformateur. La rangée inférieure est divisée en 5 tranches de

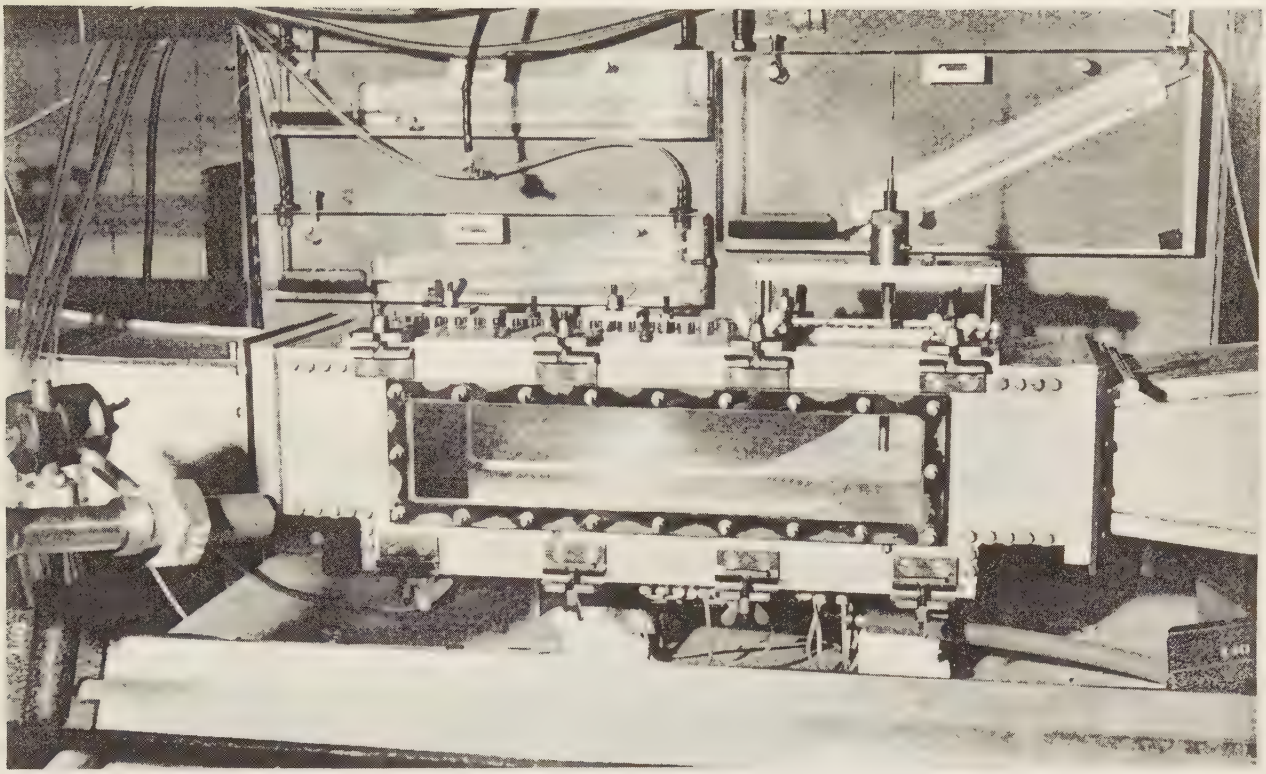


PHOTO II-3. : *Vue de la veine d'essais*

PHOTO II-4. : *Thermocouple et sonde d'arrêt*

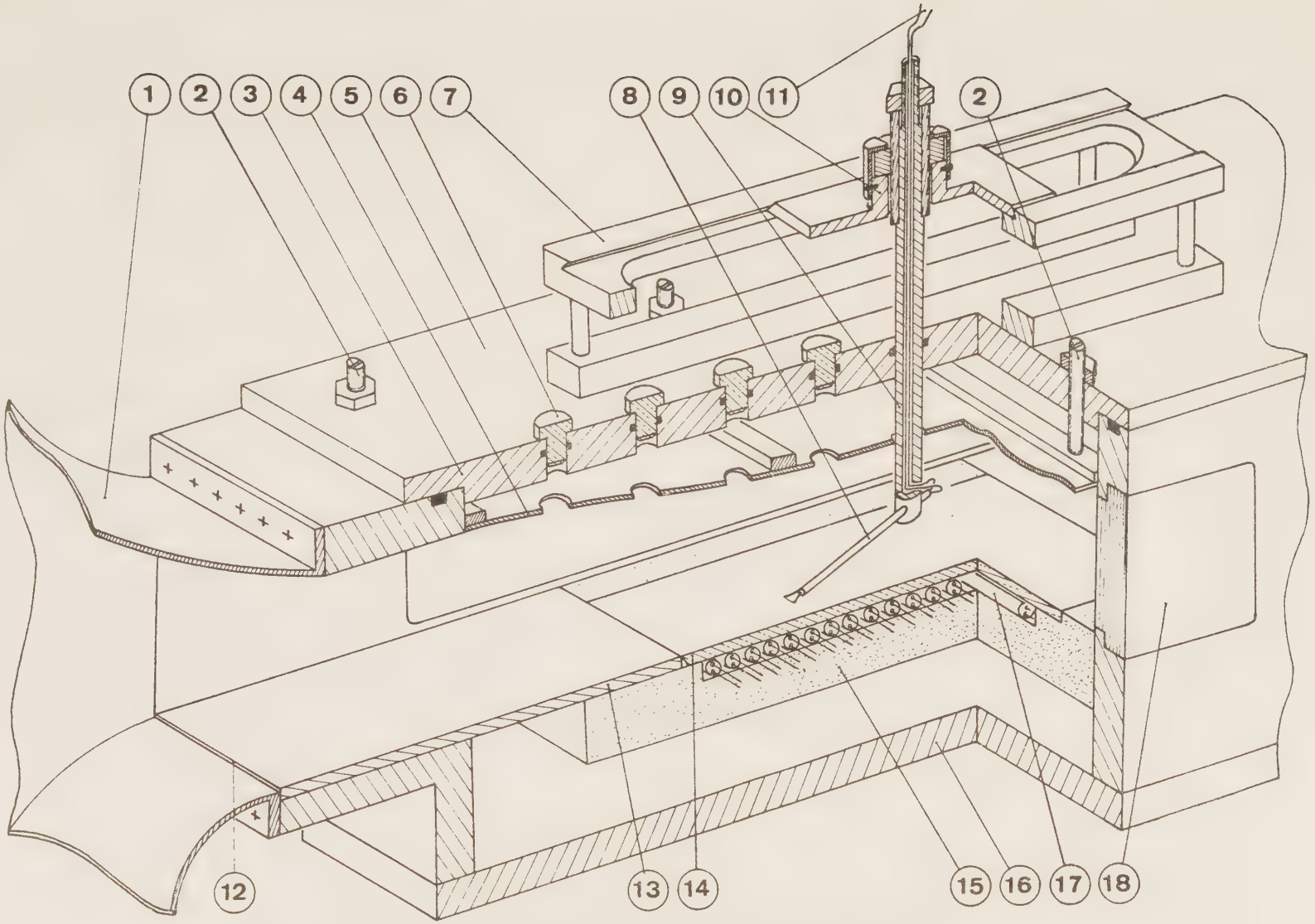


Fig. II-2. - *La veine d'essais (détails)*
(légende page suivante)

1 Collecteur

2 Vis de réglage de la paroi mobile

3 Coupe du couvercle

4 Paroi mobile

5 Couvercle supérieur

6 Bouchon pour le passage étanche des sondes

7 Support de la vis micrométrique

8 Sonde à fil chaud

9 Porte sonde

10 Vis micrométrique

11 Fil de mesure pour le fil chaud

12 Saillie plaque collecteur

13 Plaque non chauffée

14 Plaque chauffée

15 Matière réfractaire

16 Couvercle inférieur

17 Résistances de chauffage

18 Hublot

Légende de la figure II-2

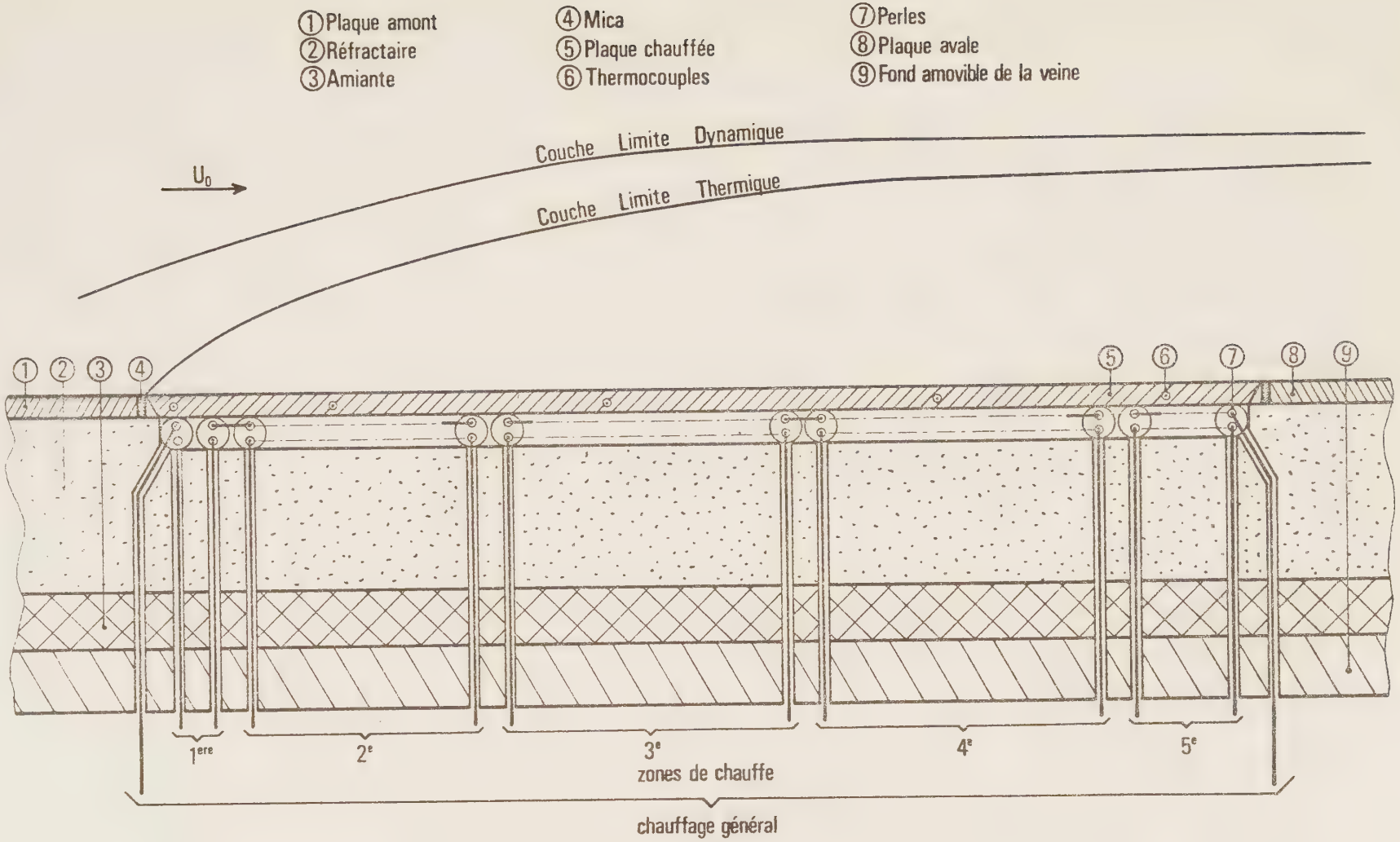
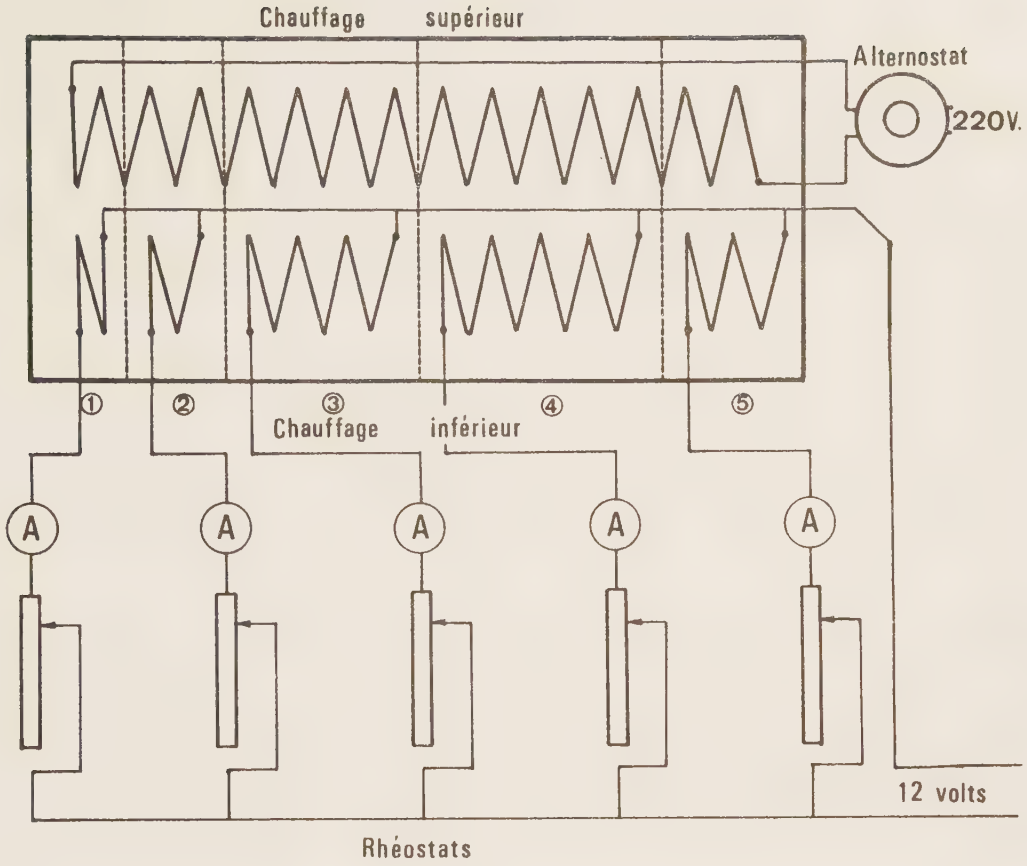


Fig. II-3. - *La plaque chauffante*



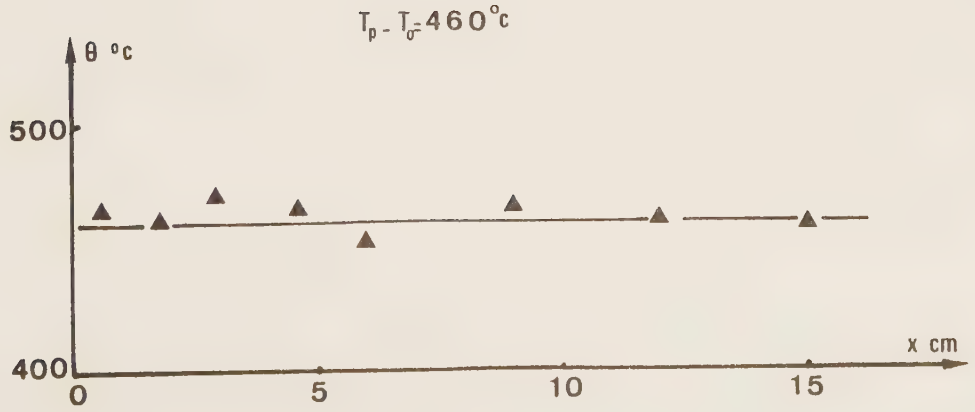


Fig. II-4. - *Alimentation électrique de la plaque (dispositif et résultat)*

chauffage, alimentées par un courant continu réglable par un rhéostat. Les deux premières zones de ce chauffage d'appoint sont très resserrées de façon à pouvoir compenser la forte convection qui règne au début de la couche limite thermique.

Le contrôle de température se fait par cinq thermocouples logés sous la plaque et placés au centre de chaque zone. Ces thermocouples sont reliés à un potentiomètre enregistreur multivoies "Philips". Les rhéostats permettent de retoucher la température de plaque en cas de dérive de l'enregistrement. En bas de la figure II-4, nous donnons le résultat de la régulation.

II-2-3. La plaque catalytique

La paroi chauffante proprement dite est amovible. Elle est soit en acier inoxydable pour le transfert de chaleur seul, soit en palladium, pour les transferts simultanés d'hydrogène et de chaleur.

La nature de la plaque catalytique nous a posé quelques problèmes. Nous avions d'abord envisagé l'utilisation d'une plaque d'acier recouverte de platine ; pour cela, nous avions étudié avec la société STEL un procédé d'évaporation sous vide, par plasma d'argon haute fréquence. La plaque obtenue présentait une activité catalytique intense à partir de 150°C. Cette activité était instable et décroissait dans le temps. Tous les moyens que nous avons essayés pour réactiver la plaque se sont avérés inefficaces.

Les catalyseurs facilement utilisables sont le palladium et le platine. L'emploi d'une plaque massive en platine était exclue, compte tenu de son prix. Par contre, le palladium, en plus de son coût réduit, a l'avantage de démarrer le catalyse totale à une température plus basse que le platine (Davies[32]). Dans toutes les mesures de transfert de masse, nous avons donc utilisé le palladium, le contrôle de son activité catalytique en fonction du temps s'étant avéré satisfaisant.

II-3. REGULATION D'HYDROGENE

Afin de maintenir constant un taux d'hydrogène compris entre 0 et 4 % dans le circuit, nous avons construit un dispositif d'injection avec contrôle permanent de la concentration. Le schéma de principe de ce montage est donné sur la figure II-5.

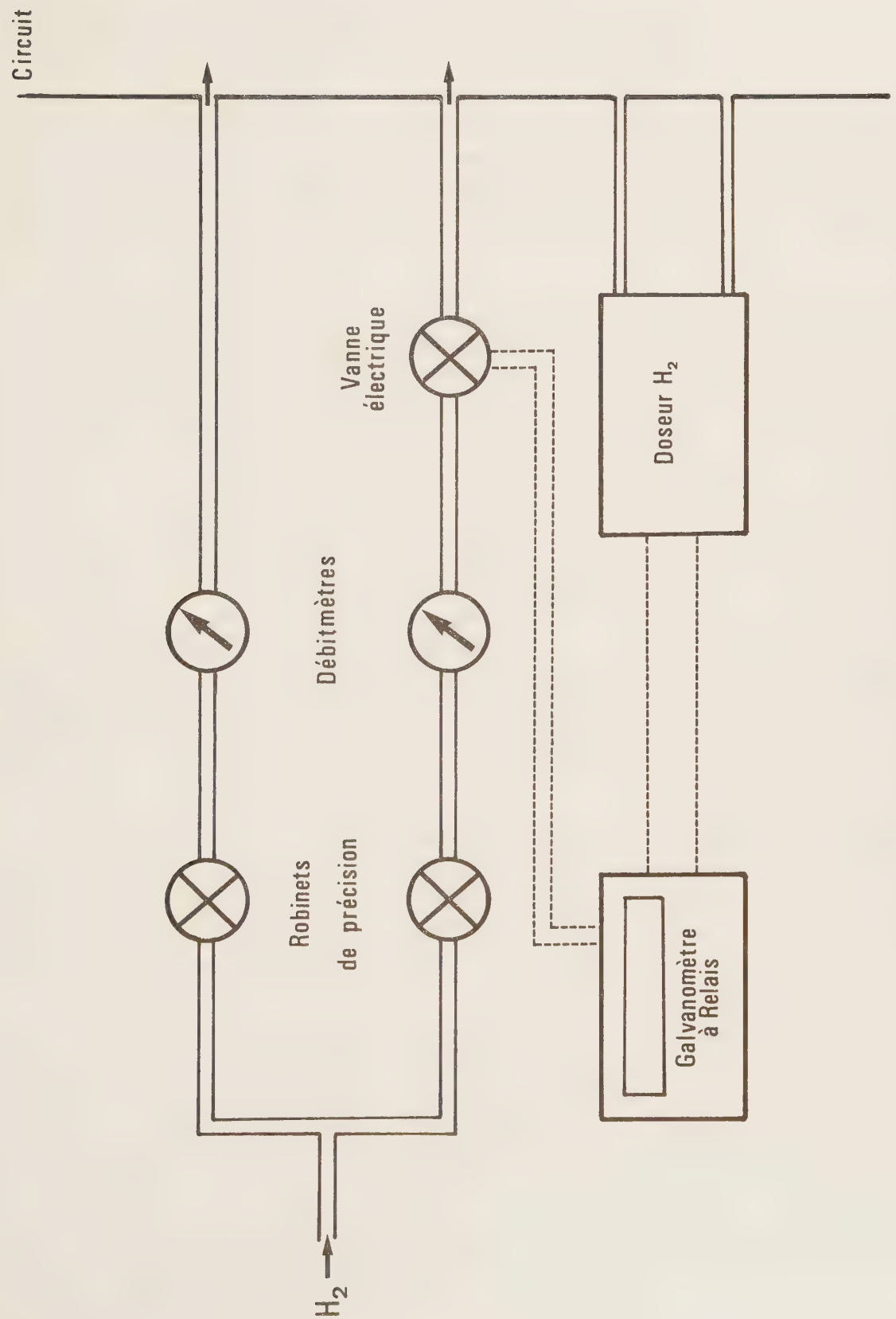


Fig. II-5. - *Régulation d'hydrogène*

Pour obtenir une bonne précision, l'hydrogène est envoyé par deux voies :

Première voie : introduction directe ; le débit est réglé de façon à compenser approximativement les pertes par combustion et les pertes par fuites. Cette compensation est par défaut.

Deuxième voie : appoint par tout ou rien, pour obtenir le taux désiré. Un relais galvanométrique à cellules photo-électriques A.O.I.P. commande une vanne électromagnétique. Le galvanomètre indique en permanence la concentration donnée par le doseur ; les deux cellules sont disposées de façon à encadrer la concentration choisie.

Le doseur d'hydrogène est un catharomètre (voir § II-5). L'échantillon à doser circule en permanence à très faible vitesse et pénètre dans la chambre de mesure par diffusion. Ce dispositif permet de maintenir constant le taux d'hydrogène à 1 % de la valeur désirée.

II-4. REGULATION DE TEMPERATURE ET DE CONCENTRATION EN VAPEUR D'EAU

Le circuit étant fermé, l'apport de chaleur dans la plaque nécessite un refroidissement pour rester à l'équilibre extérieur. D'autre part la combustion de l'hydrogène produit de la vapeur d'eau qu'il faut éliminer. L'utilisation d'un groupe frigorifique dans le circuit a permis de résoudre simultanément les deux problèmes.

Le dispositif est schématisé sur la figure II-6. Dans une section agrandie du circuit, une batterie froide est alimentée par un compresseur "CARRIER" (capacité 4000 frigories). Cette batterie abaisse la température de l'air au point de rosée, ce qui provoque la formation de gouttelettes d'eau. Ces gouttelettes sont projetées sur des lames déflectrices en tôle et sont récupérées dans un bac.

L'air, qui en pénétrant dans la batterie froide est à une température légèrement supérieure à l'ambiante, en sort à une température voisine de 5 ou 6°C. Pour le ramener à 20°C, on utilise deux batteries de chauffe indépendantes. La première, de puissance nettement insuffisante pour compenser le refroidissement, fonctionne en même temps que la vanne électrique qui commande l'évaporateur ; le contrôle se fait par un thermostat qui règle la température froide. La deuxième batterie de chauffe, qui fait l'appoint, est commandée par un thermostat de précision à thermistance, dont la prise de température se trouve à la sortie du ventilateur de façon à contrôler une température homogène. Le thermostat est un régulateur statique Chauvin Arnoux donnant le 1/10^{e} °C.

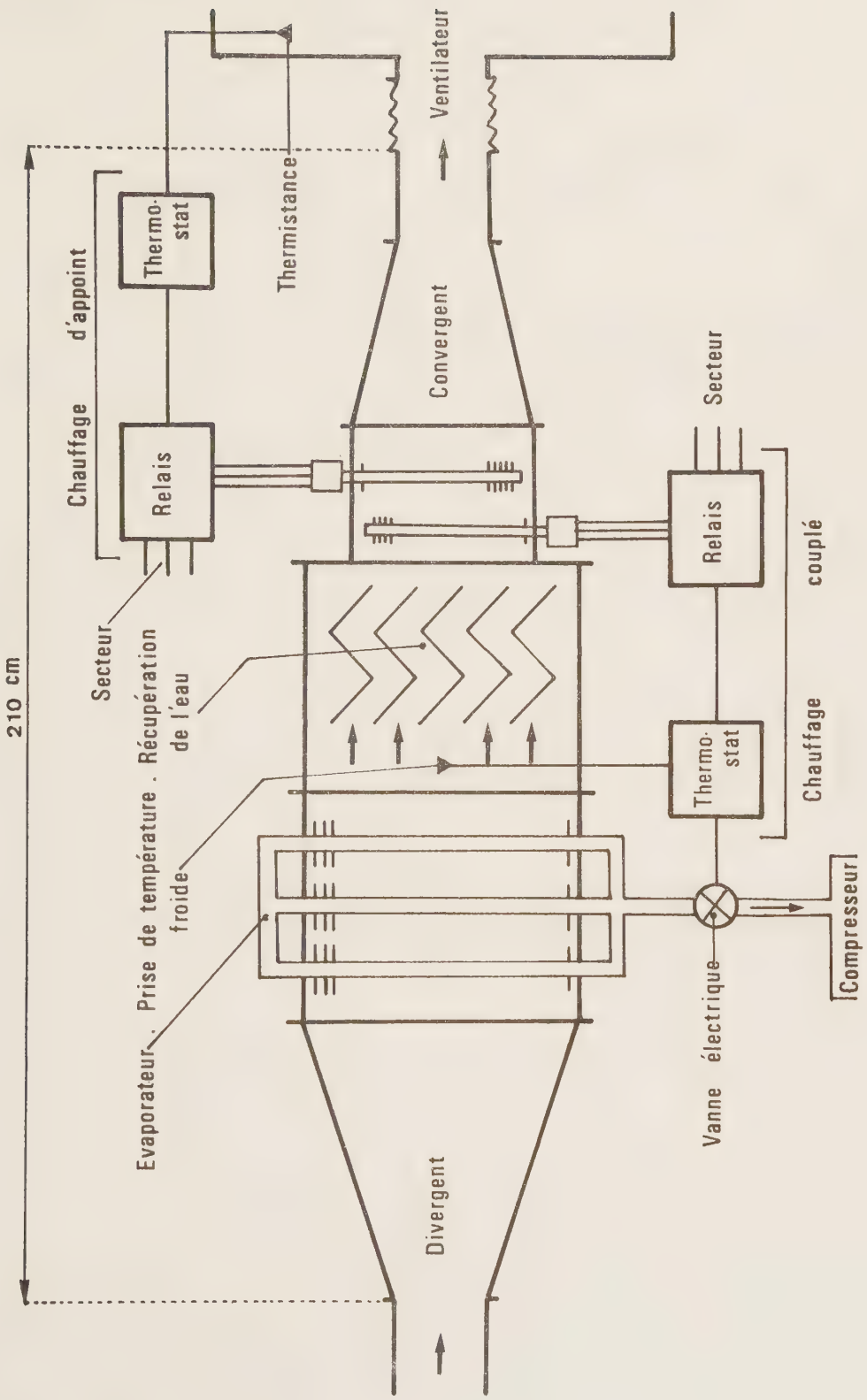


Fig. II-6. - *Régulation de température et de vapeur d'eau*

L'emploi de deux batteries de chauffe indépendantes permet de réduire les sauts de température dûs aux inerties de réponse et d'avoir effectivement une régulation au 1/10 °C dans la veine.

II-5. MESURES DES VALEURS MOYENNES

II-5-1. Mesures de vitesse

Elle se fait par différence entre la pression statique et dynamique. Nous avons, en général, négligé la correction dûe à la turbulence ; celle proposée par Hinze[33] (page 137)

$$U = U_{mes} \left[1 - \frac{\overline{u'^2}}{U^2}\right]$$

s'applique à la sonde dynamique. Nous ne connaissons pas très bien l'action de la turbulence sur la sonde statique ; de toute façon, cette correction ne dépasse pas quelques %.

Les sondes dynamique et statique (photo II-4) sont fixées au même support et sont disposées parallèlement. Bien que le gradient de pression statique soit négligeable, cette méthode donne une meilleure précision, notamment quand la plaque est fortement chauffée.

La sonde dynamique est aplatie et a une épaisseur hors tout de 0,25 mm, la hauteur de l'ouverture étant de 0,1 mm. La sonde statique a un diamètre de 1,5 mm.

Les mesures de pression sont effectuées au manomètre incliné (γ) dont la meilleure précision est 0,05 mm C.E.

II-5-2. Mesures de température

Elles sont faites au thermocouple (photo II-4) constantan-Manganin, alliages qui ne présentent pas d'activité catalytique en présence d'hydrogène[1]. Le couple est tendu horizontalement, la soudure étant au centre. Elle est aplatie et son épaisseur ne dépasse pas 3/100e mm. La tension aux bornes est mesurée à l'aide d'un pont P 12 AOIP. La f.e.m. du couple variant pratiquement linéairement avec la température, il n'y a pas d'influence de la turbulence.

Un couple de référence est placé à l'entrée du collecteur ; toutes les mesures de température sont effectuées par rapport à cette référence dans l'écoulement libre, ce qui atténue l'effet produit par les instabilités du circuit.

II-5-3. Mesures des concentrations

La sonde de Pitot servant à la mesure des pressions totales est utilisée comme sonde d'aspiration pour prélever l'échantillon de fluide à doser. Pour cela, nous employons une petite pompe de débit maximum 0,5 l/mm, réglable par un alternostat de façon à aspirer le fluide à une vitesse voisine de la vitesse locale.

Le dosage de l'hydrogène se fait par catharomètre fabriqué au laboratoire (fig. II-7a) : Deux résistances en nickel provenant de jauges de Pirani sont insérées dans les deux branches d'un pont de Wheatstone (fig. II-7a) alimenté par un courant aussi constant que possible. L'une des jauges sert de référence et est entourée d'air pur, l'autre est entourée par le mélange à doser. La réponse est lue sur un millivoltmètre AOIP. Les étalonnages (fig. II-7b) sont pratiquement linéaires pour des faibles concentrations. L'appareil permet de mesurer une concentration minimum de 1/10000 d'hydrogène.

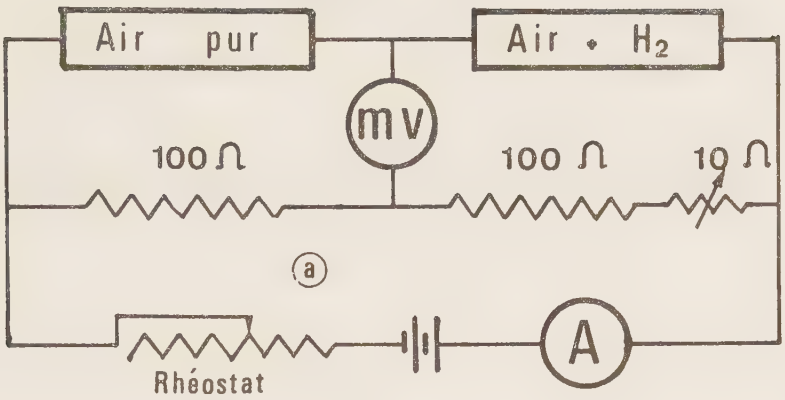
II-5-4. Déplacement des sondes

Les corps de sonde sont standards et s'adaptent à une vis micrométrique donnant 0,5 mm par tour. Les graduations permettent de repérer 2,5/100^{e} mm. Auprès de la paroi, pour la détermination du zéro, nous utilisons la méthode classique qui consiste à repérer à la lunette l'image de la sonde dans la plaque. La lunette permet d'apprécier le 1/100^{e} mm.

II-5-5. Interaction sonde paroi

L'influence de la paroi ne permet pas de mesurer les vitesses pour des valeurs de y inférieures à 0,2 mm sans correction. Cette correction est très difficile pour une sonde aplatie (Plan[34]) ; aussi pour les vitesses, nous avons toujours extrapolé à la paroi.

Ceci n'est pas possible pour les concentrations car l'influence de 3 gradients additifs à l'aspiration (concentration, température, vitesse) ne permet pas de négliger la hauteur de la sonde. L'étude particulière de ce phénomène sera faite avec la présentation des résultats expérimentaux.



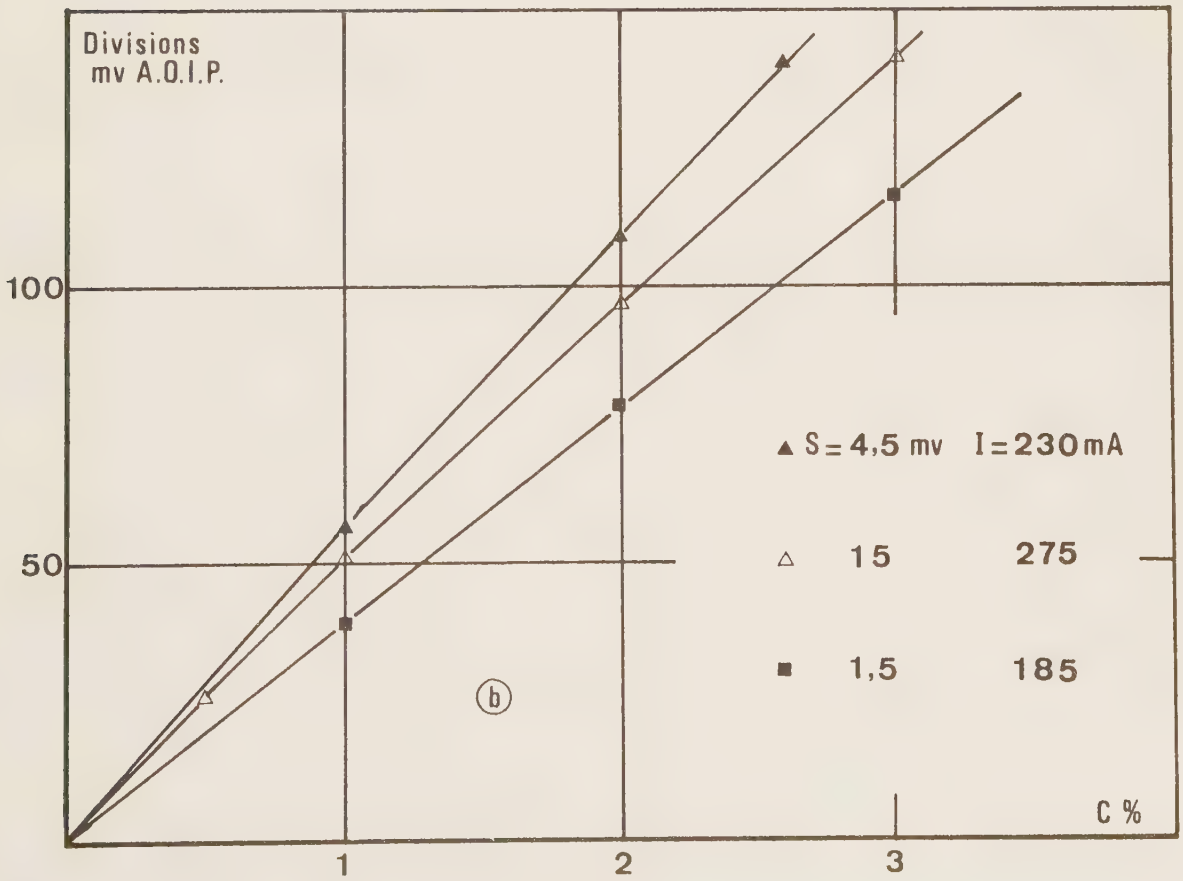


Fig. II-7. - a) *Doseur d'hydrogène*
b) *Etalonnage*

Chapitre III

Caractéristiques dynamiques de la couche limite

III-1. POSITION DU PROBLEME

Une des principales raisons de divergence des résultats expérimentaux concernant l'étude des écoulements turbulents est liée à la façon dont se développe la couche limite et à la façon dont se provoque la transition laminaire-turbulent.

Klebanoff et Diehl[35] ont fait une étude des spectres de fréquence au-dessus d'une plaque plane pour des transitions libres et artificielles. Ils concluent qu'il est possible d'épaissir artificiellement une couche limite turbulente ; cette couche limite devient la caractéristique d'une certaine longueur de plaque après une distance au bord d'attaque réel suffisamment grande.

Avant d'aborder l'étude des transferts de chaleur et de matière dans notre couche limite turbulente, épaissie artificiellement, il est nécessaire de connaître avec précision les caractéristiques de cette dernière ; la caractéristique principale est la valeur du coefficient local de frottement à la paroi C_f. La mesure directe de ce coefficient est à exclure de notre montage, compte tenu d'une part des faibles valeurs de δ et d'autre part du dispositif de chauffage logé sous la plaque, interdisant l'introduction de tubes de pression à travers la paroi. L'évaluation du C_f doit se faire uniquement à partir des mesures locales de vitesse.

Le premier problème rencontré a été de vérifier que le montage nous fournissait une couche limite turbulente classique au-dessus d'une plaque plane sans gradient de pression. Cette vérification étant réalisée, le deuxième problème est de déterminer le C_f par les lois semi-empiriques habituelles. Le développement normal de la couche limite suppose la croissance des différentes épaisseurs suivant des lois de puissance en x ; il a donc d'abord fallu déterminer l'origine fictive de la couche limite.

III-2. ORIGINE FICTIVE DE LA COUCHE LIMITE

Comme nous l'avons vu, pour des raisons pratiques de dimensions, nous accélérons la transition par une légère saillie du bord d'attaque par rapport au collecteur ; l'origine fictive sera donc en amont du bord d'attaque.

Nous utilisons les profils de vitesse de la figure III-1. La méthode la plus simple souvent employée, notamment par Sogin et Goldstein[36], consiste à considérer que les épaisseurs de déplacement δ_1 et de quantité de mouvement δ_2 suivent les lois de puissance semi-empiriques classiques

$$\delta_1 = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 U_0}\right) dy \qquad |III-1|$$

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{\rho u}{\rho_0 U_0} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_0 U_0}\right) dy \qquad |III-2|$$

Les formules de puissance habituelles sont les suivantes (étudiées et discutées par Michel[31])

$$\frac{\delta_1}{x} = \frac{0,0462}{R_x^{0,2}} \qquad |III-3|$$

$$\frac{\delta_2}{x} = \frac{0,036}{R_x^{0,2}} \qquad |III-4|$$

Les représentations expérimentales de $\delta_1^{1,25}$ et $\delta_2^{1,25}$ en fonction de x doivent être alignées, l'intersection des droites avec l'axe des x donnant l'origine fictive. Nous avons porté les résultats du tableau III-7 sur la figure III-2, les deux droites correspondant à δ_1 et δ_2 se coupent sur l'axe et donnent l'origine fictive avec une bonne précision.

Remarque : En aucun cas, l'alignement des points ne prouve le développement normal d'une couche limite turbulente ; l'origine fictive est déterminée avec précision uniquement dans le cas où l'hypothèse ci-dessus est réalisée. Pour illustrer cette remarque, prenons une loi de puissance très simplifiée comme celle utilisée par Mouton[37] $\delta_1 = 2,20.10^{-3}\ x$, $\delta_2 = 1,67.10^{-3}\ x$. Portons les résultats du tableau en fonction de x, (fig. III-3). Nous voyons que les points sont tout aussi alignés ; la pente de la droite est $2,58.10^{-3}$ pour δ_1 et $1,85.10^{-3}$ pour δ_2, donc notablement éloignée de la formule ci-dessus.

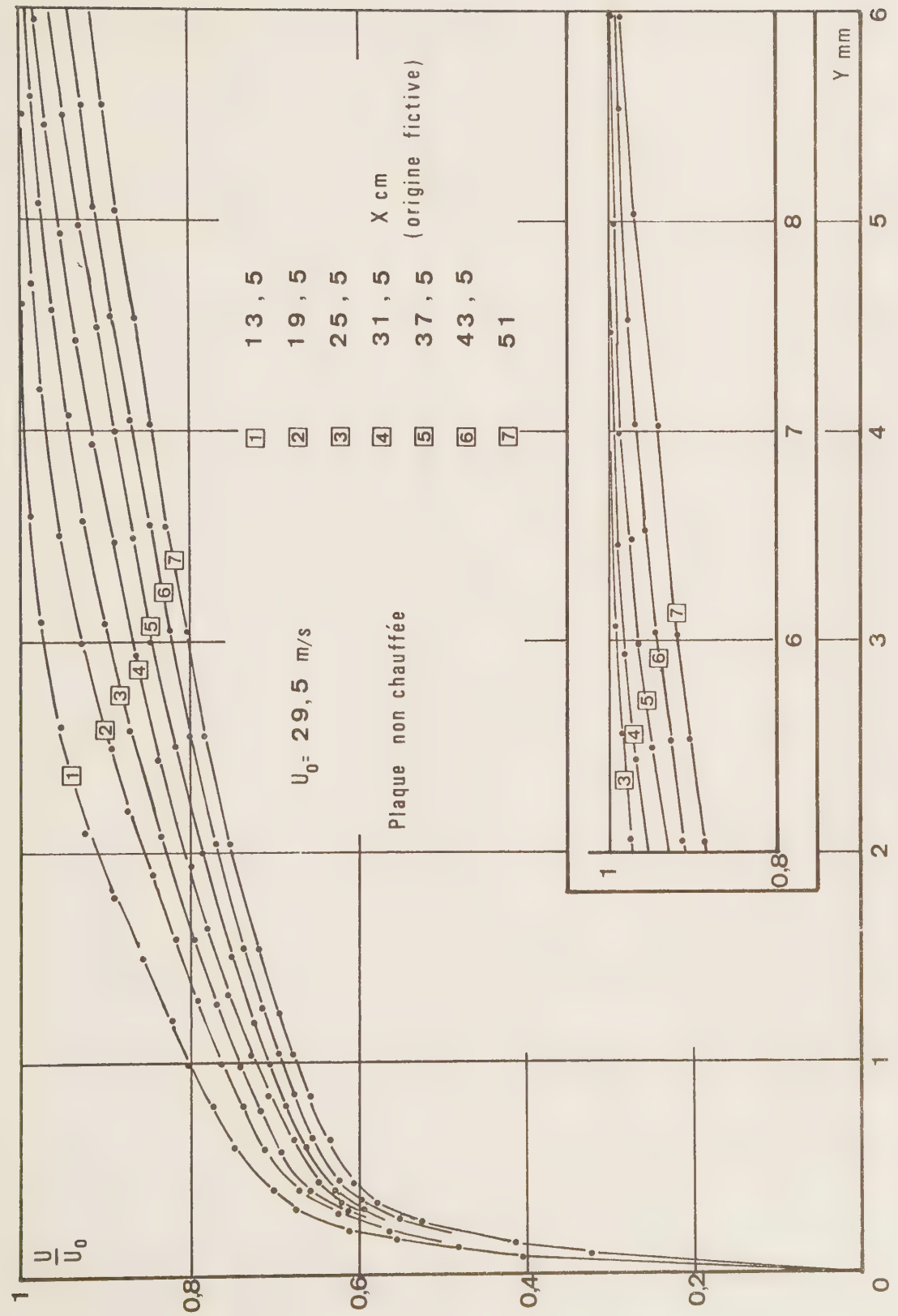


Fig. III-1. - *Champ de vitesse au-dessus de la plaque*

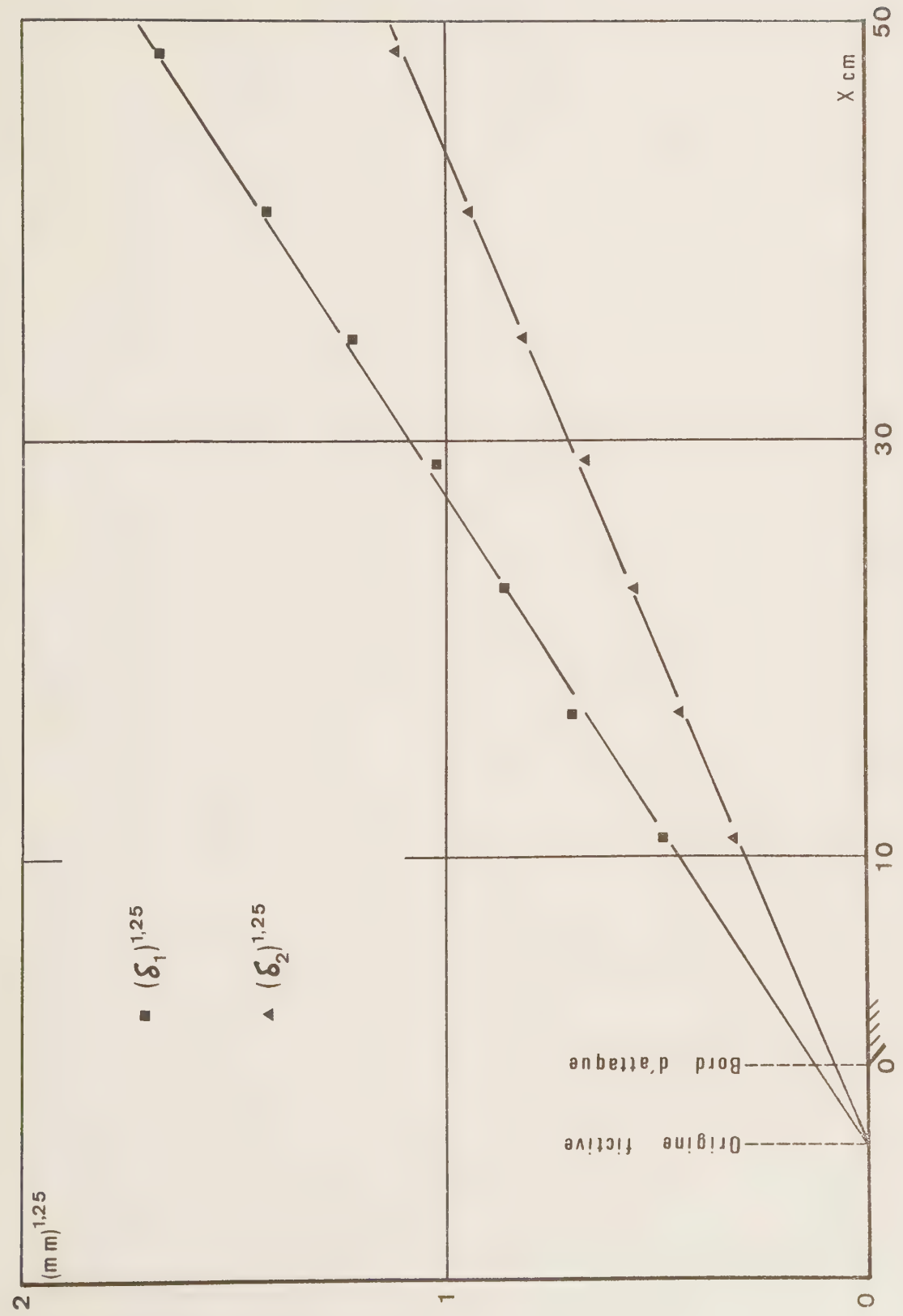


Fig. III-2. - *Détermination de l'origine fictive (formule en puissance 1,25)*

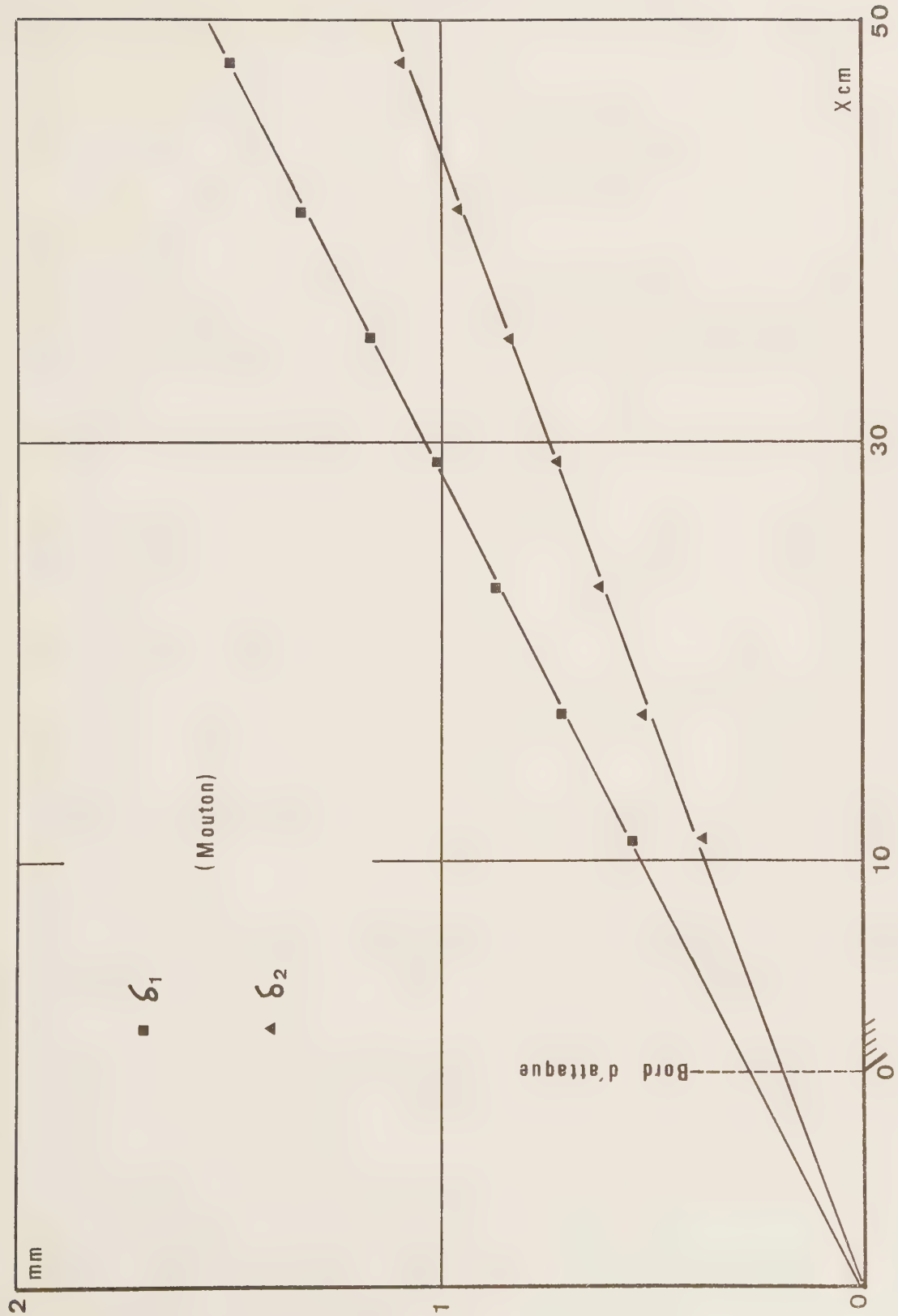


Fig. III-3. - *Détermination de l'origine fictive (d'après Mouton formule en puissance 1)*

Pour les calculs qui suivent, nous considérons comme origine de la couche limite turbulente, celle déterminée sur la figure III-2 qui correspond à la loi de puissance.

III-3. DETERMINATION DU COEFFICIENT DE FROTTEMENT.

Les données expérimentales en notre possession sont les profils de vitesse de la figure III-1 et les valeurs de δ_1, δ_2 et H du tableau . H, le facteur de forme est pratiquement constant, la moyenne étant de l'ordre de 1,39 ; c'est la valeur généralement rencontrée pour un nombre de Reynolds de l'ordre de 10^6.

Nous distinguerons la détermination du frottement local

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \qquad |III-5|$$

de celle du frottement moyen

$$\overline{C_f} = \frac{1}{L} \int_0^L C_f \, dx \qquad |III-6|$$

Ce dernier fait intervenir la nature de la transition pour la longueur de référence.

a) Coefficient de frottement moyen : Les valeurs expérimentales de $\overline{C_f}$ sont données dans la cinquième colonne du tableau $\left(\overline{C_f} = 2 \frac{\delta_2}{x}\right)$, ces valeurs sont rapportées à x distance à l'origine fictive. L'utilisation de la loi de puissance, l'origine étant le bord d'attaque, dépend de la nature de la transition.

Transition libre : Nous supposons que la couche limite est d'abord laminaire entre $x = 0$ et $x = xt_r$ et qu'ensuite, elle est turbulente, nous calculons $\overline{C_f}$ pour $x > xt_r$.

D'après Brun[38]

$$\overline{C_{f_L}} = \frac{0,072}{R_L^{0,2}} - \frac{0,072\, R_{x_t}^{0,8} - 1,328\, R_{x_t}^{0,5}}{R_L} \qquad |III-7|$$

Dans cette formule, entre 0 et x_t, nous remplaçons le frottement turbulent par le frottement laminaire $\frac{1,328\ x}{R_x^{0,5}}$.

Une formule plus élaborée est obtenue par Brand et Persen[39] en partant de la loi de paroi de Spalding. Pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds, les résultats sont très voisins de ceux obtenus par la formule de puissance classique.

Transition artificielle : Nous ne connaissons pas du tout la nature de l'écoulement au-dessus du bord d'attaque présentant une saillie ; dans ce cas, il est très difficile d'établir une loi relative à la distance au bord d'attaque en tenant compte de la transition. Lorsque les valeurs de x sont grandes, nous pouvons confondre le bord d'attaque et l'origine de la couche turbulente ; pour les faibles x, ce qui est notre cas, le plus rigoureux est de se référer à l'origine fictive déterminée comme précédemment.

Dans le tableau III-7, nous constatons que les valeurs expérimentales de $\overline{C_f}$ et celles calculées à partir de la loi de puissance (origine fictive) sont voisines, les différences peuvent provenir du régime pseudo turbulent qui règne au niveau du bord d'attaque.

b) Coefficient de frottement local : Il est très imprécis de déduire expérimentalement $C_f = 2\frac{d\delta_2}{dx}$, étant donné les erreurs possibles sur la pente, aussi nous utiliserons une autre méthode faisant appel à la loi de paroi et aux mesures locales de vitesse. La méthode suppose à priori que l'écoulement suit la loi logarithmique dans la partie pleinement turbulente, elle a été utilisée par Baronti et Libby[40]. Ce procédé a l'avantage de ne pas faire intervenir l'origine fictive de la couche limite, cette détermination nécessitant la connaissance du champ de vitesse en plusieurs endroits de la plaque alors qu'avec la loi de paroi, nous pouvons associer directement la C_f à un profil local.

Dans la partie pleinement turbulente, la loi de paroi s'écrit :

$$u^+ = 2,5\ \mathrm{Log}\ y^+ + 5,1 \qquad |\text{III-8}|$$

$$u^+ = \frac{u}{U_0\sqrt{C_f/2}} \qquad y^+ = y\ U_0\ \frac{\sqrt{C_f/2}}{\nu_0}$$

Cette loi se trouve toujours vérifiée pour $14 < u^+ < 18$ dans les conditions expérimentales habituelles.

Expérimentalement, nous connaissons :

$$u^+ y^+ = \frac{uy}{\nu_0} = f(u^+) \qquad \text{(Fig. III-4)} \qquad |\text{III-9}|$$

En prenant une valeur de u^+y^+ au voisinage de 1600, nous pouvons déduire $\sqrt{C_f/2}$ de la valeur de u^+ correspondante. Nous vérifions à postériori que pour la valeur de $\sqrt{C_f/2}$ trouvée, tous les points du profil de vitesse se regroupent sur la loi de paroi (voir § III-4).

Remarque : Il existe de nombreuses formules pour la loi logarithmique, mais pour $14 < u^+ < 18$, elles concordent pratiquement toutes, lorsque les nombres de Reynolds sont inférieurs à 10^7.

Les valeurs expérimentales de C_f ainsi obtenues sont sur la 7e colonne du tableau ; sur la 8e, nous avons porté les valeurs calculées par la loi de puissance pour l'origine fictive ci-dessus ; sur la 9e colonne, les valeurs de C_f sont calculées par la formule de Schlichting[41]. Ces résultats sont reportés sur la figure III-5. Pour les très faibles valeurs de x, la divergence peut s'expliquer par l'influence du régime pseudo-turbulent qui règne au voisinage du bord d'attaque ; les valeurs déduites des formules ne sont pas valables dans cette zone. Pour $x > 20$ cm, l'écart entre les formules et les valeurs expérimentales déduites de la loi logarithmique ne dépasse pas 3 %.

D'une façon générale, en l'absence de transfert de chaleur ou de masse, nous avons déterminé le coefficient de frottement local par cette méthode. La répartition du C_f au-dessus de la plaque (fig. III-5) est restée pratiquement la même lors de toute notre étude, les conditions expérimentales n'ayant pratiquement pas changé (géométrie de la veine et bord d'attaque).

III-4. MESURES DE VITESSE ET LOI DE PAROI

III-4-1. Zones de la couche limite

La détermination du C_f suppose une loi logarithmique dans le noyau turbulent. Nous allons examiner maintenant la répartition $u^+(y^+)$ pour toute la couche limite en utilisant les valeurs du C_f déterminées précédemment.

Nous distinguerons les différentes zones de la couche limite dynamique de la même façon que Kestin et Richardson[23].

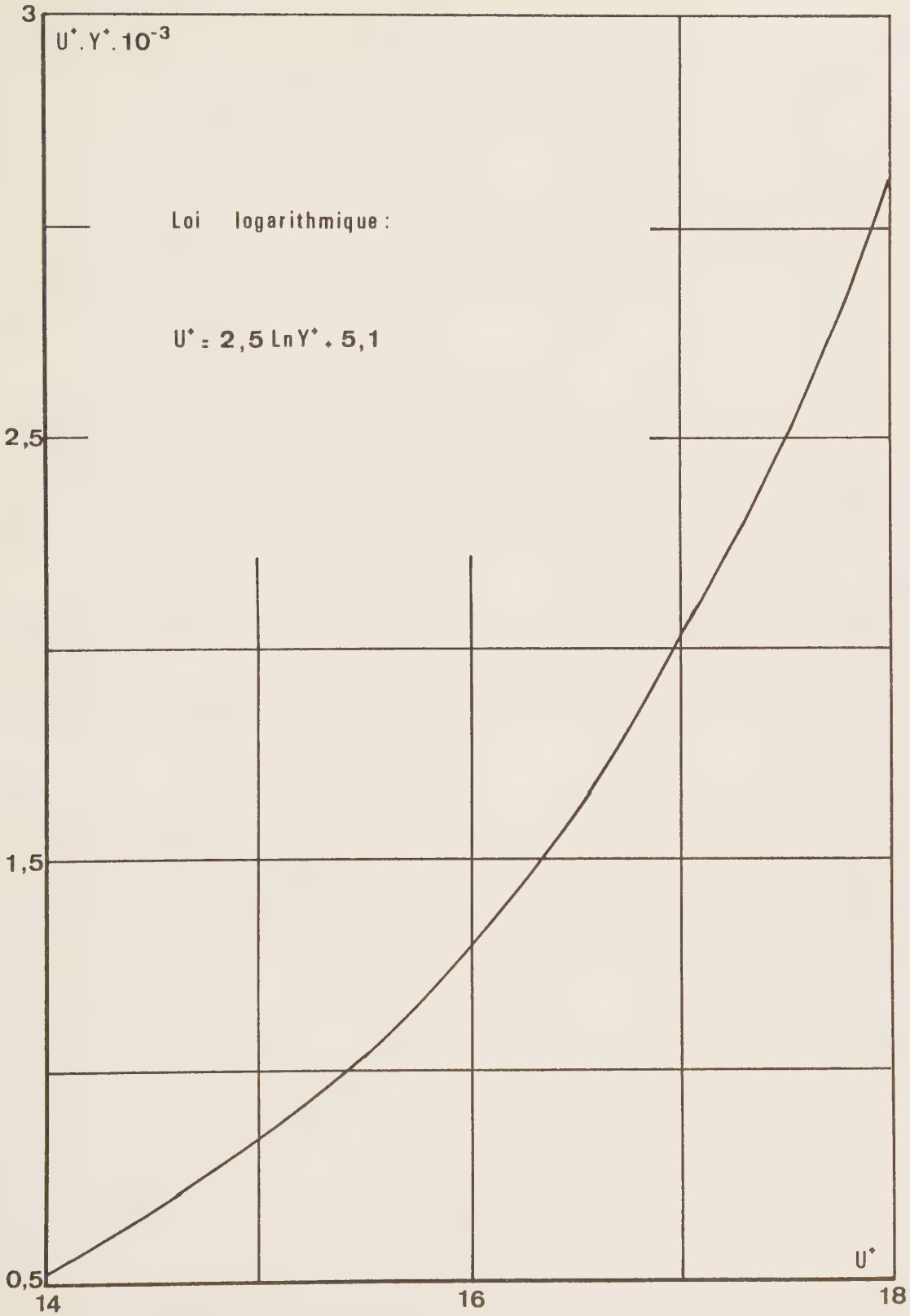


Fig. III-4. - $u^+y^+ = f(u^+)$ (loi logarithmique)

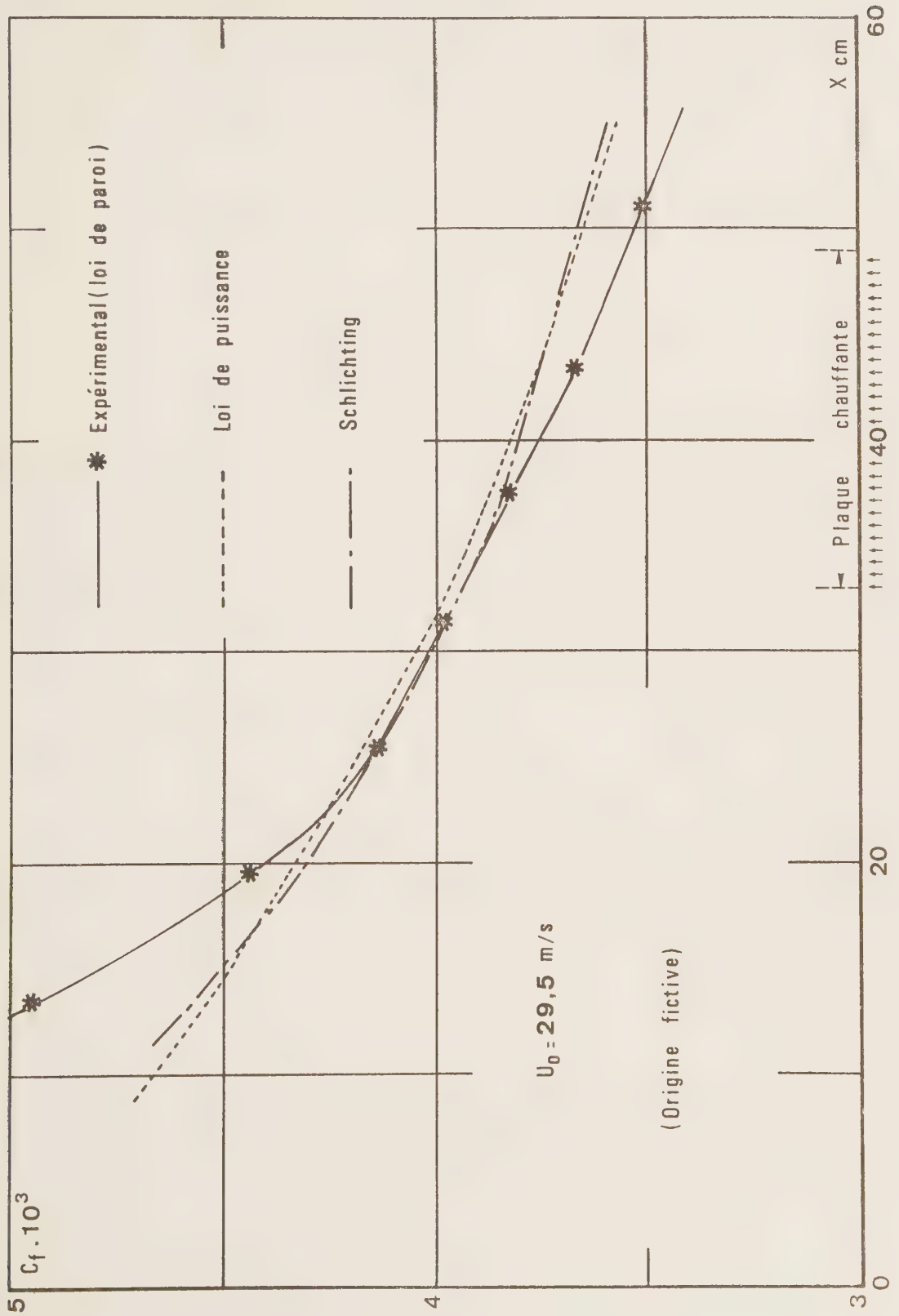


Fig. III-5. - *Répartition de* C_f

a) La sous-couche laminaire ou couche visqueuse très voisine de la paroi. C'est une région dans laquelle les effets de la viscosité moléculaire dominent $\tau_t << \tau_\ell$ et $\mu_t << \mu_\ell$. La variation de la vitesse avec y est pratiquement linéaire, ce qui implique une tension de frottement constante. L'épaisseur δ_ℓ de la sous-couche diminue quand le nombre de Reynolds croît. La limite généralement admise pour la sous-couche est $\delta_\ell^+ = 5$.

La variation linéaire de vitesse implique

$$u^+ = y^+ \qquad |III\text{-}10|$$

b) La zone pleinement turbulente

L'écoulement est maintenant dominé par le mélange turbulent, mais la tension frottement est toujours considérée comme constante, $\tau_\ell << \tau_t$ ou $\mu_\ell << \mu_t$; c'est la région dite de "loi de paroi". La limite variable de cette zone est $\delta_t^+ = 400$ à 1000 pour des nombres de Reynolds allant de 10^5 à 10^9 sur la plaque plane. Il est très important de remarquer que les gradients de pression et la rugosité n'interviennent pas ou peu dans cette zone. Pour cette partie, $u^+ = f(y^+)$ est représentée par la loi logarithmique |III-5|. De plus, si la tension de frottement est constante :

$$\tau = \tau_w = \text{constante} \qquad |III\text{-}11|$$

c) La zone de sillage située entre $y = \delta_t$ et $y = \delta$, elle est pratiquement inexistante aux nombres de Reynolds modérés, c'est une région sensible aux gradients de pression. Dans notre étude, étant donné que la couche limite thermique et de diffusion est toujours à l'intérieur de la couche dynamique, nous ne nous attarderons pas sur cette zone.

d) La zone de transition

En réalité, il n'y a pas de frontière bien distincte entre la sous-couche laminaire et la zone turbulente. Les études de transfert de chaleur ont nécessité la distinction d'une couche de transition. C'est une zone de raccordement entre

$$u^+ = y^+$$

et $u^+ = A \text{ Log } y^+ + B$

Les épaisseurs sans dimension des différentes couches sont résumées dans le tableau suivant :

$0 < y^+ < 5$	sous couche laminaire	$\delta_\ell^+ = 5$
$5 < y^+ < 30$	couche de transition	$\delta_b^+ = 30$
$30 < y^+ < \begin{cases} 400 \\ 1000 \end{cases}$	loi de paroi	$\delta_t^+ = 400$ à 1000
$\begin{cases} 400 \\ 1000 \end{cases} < y^+$	loi de sillage	

III-4-2. Profil universel des vitesses

D'une manière pratique, il serait intéressant de pouvoir comparer nos résultats à un profil universel de vitesse. De nombreux auteurs ont essayé de définir une telle loi (voir les tableaux dans Kestin et Richardson[23], de toute façon, les différentes formules proposées se recouvrent près de la paroi (formule III-7) et dans la partie pleinement turbulente (formule III-5). La partie importante, pour notre étude de transfert, est la zone de transition.

La formule qui donne le plus de satisfaction est celle de Spalding[42]

$$y^+ = u^+ + \frac{1}{E}\left\{e^{Ku^+} - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!} - \frac{(Ku^+)^4}{4!}\right\} \qquad |III\text{-}12|$$

les constantes K et $\frac{1}{E}$ peuvent être révisées. Spalding avait d'abord donné $K = 0{,}4$ et $\frac{1}{E} = 0{,}1108$, il a ensuite adopté $K = 0{,}407$, $\frac{1}{E} = 0{,}0991$. Cette formule suppose l'hypothèse $\tau = \tau_p$ réalisée et par suite

$$\varepsilon_u^+ = \frac{du^+}{dy^+} = \frac{\mu_\ell + \mu_t}{\mu_\ell} \qquad |III\text{-}13|$$

ce qui donne comme valeur empirique de ε_u^+ :

$$\varepsilon_u^+ = 1 + \frac{K}{E}\left\{e^{Ku^+} - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!}\right\} \qquad |III\text{-}14|$$

Sur la figure III-6, nous avons porté la loi linéaire près de la paroi, la loi logarithmique dans la zone turbulente, la formule de Spalding et nos résultats expérimentaux provenant des profils de vitesse de la figure III-1. Les résultats sont en accord dans la zone de raccordement et dans la zone pleinement turbulente. Dans la sous couche laminaire, nous n'avons pas de valeurs expérimentales précises à cause de l'interaction sonde paroi (ceci est dû à la faible épaisseur de la couche limite 6 à 12 millimètres). Comme nous le verrons plus loin, des mesures effectuées au fil chaud, très près de la paroi, sont en accord avec la courbe $u^+ = y^+$.

III-5. CONCLUSION

La détermination expérimentale de l'origine fictive et la comparaison des résultats aux lois de puissance nous ont montré que la croissance suivant x des différentes épaisseurs était celle d'une couche limite normale sur plaque plane sans gradient de pression. La détermination de C_f par la loi logarithmique et la comparaison des vitesses à la loi de paroi nous ont prouvé que la zone pleinement turbulente avait les caractéristiques classiques.

En l'absence de transfert de chaleur et de masse, nous adoptons la formule |III-12| de Spalding pour représenter le champ de vitesse au-dessus de la plaque, la répartition de C_f (figure III-5) étant calculée pour quelques profils expérimentaux. Lorsqu'il y a transfert de chaleur, il est nécessaire d'étudier des changements de variable adéquats ; c'est ce que nous ferons au chapitre V.

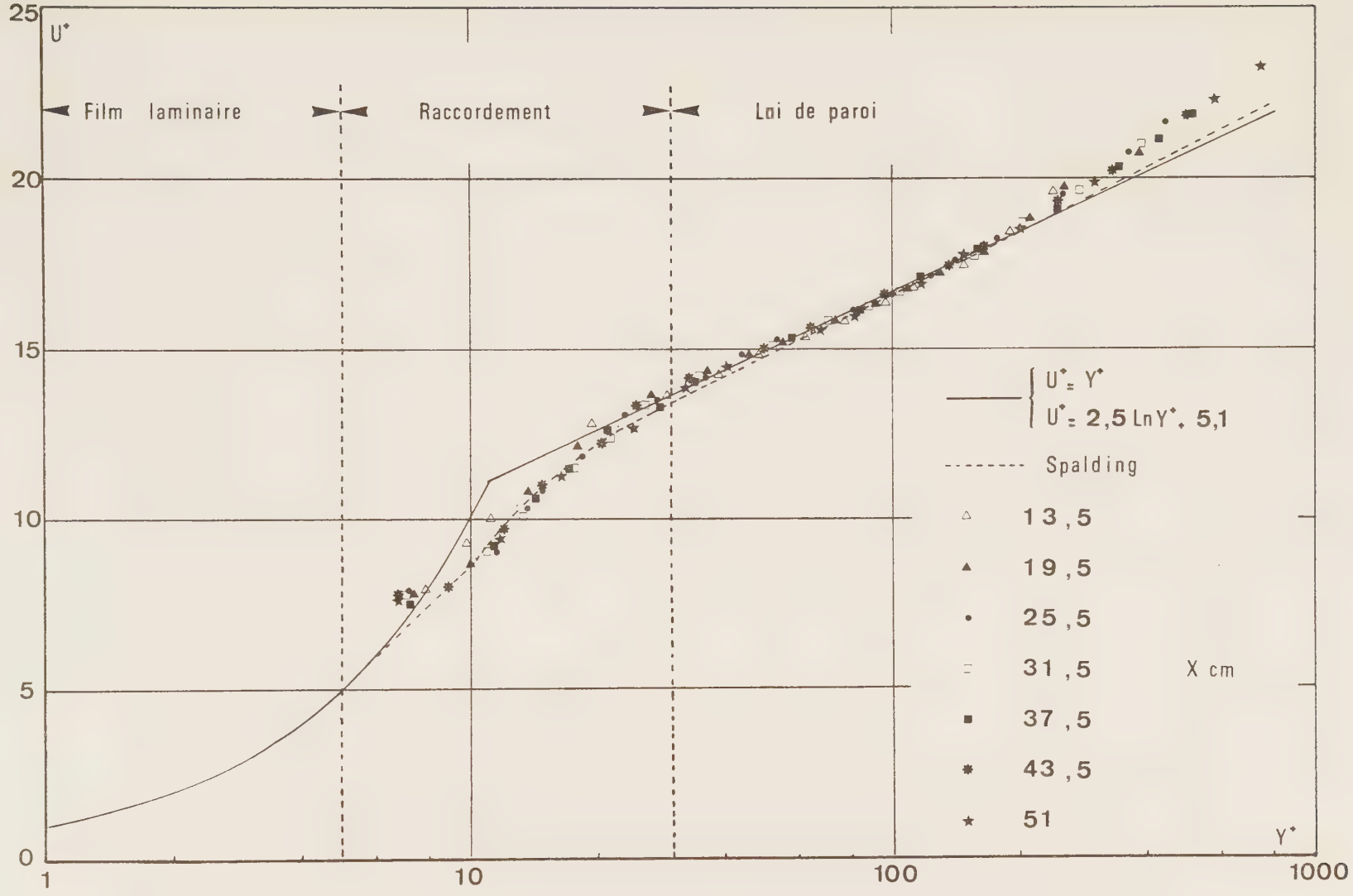


Fig. III-6. - *Loi de puissance et résultats expérimentaux*

TABLEAU III-7 : DETERMINATION DE C_f

x	δ_1	δ_2	H	$\bar{C}_{f(exp)} = \left(\frac{2\delta_2}{x}\right)$	$\bar{C}_f$ loi de paroi	$C_{f(exp)}$ loi de paroi	C_f loi de puissance	C_f Schlichting
13,5	0,55 mm	0,383 mm	1,44	$5,67.10^{-3}$	$5,67.10^{-3}$	$4,95.10^{-3}$	$4,54.10^{-3}$	$4,58.10^{-3}$
19,5	0,718 mm	0,522 mm	1,38	$5,35.10^{-3}$	$5,51.10^{-3}$	$4,45.10^{-3}$	$4,36.10^{-3}$	$4,31.10^{-3}$
25,5	0,878 mm	0,626 mm	1,40	$4,91.10^{-3}$	$5,22.10^{-3}$	$4,13.10^{-3}$	$4,18.10^{-3}$	$4,13.10^{-3}$
31,5	1,016 mm	0,725 mm	1,40	$4,60.10^{-3}$	$5,01.10^{-3}$	$3,98.10^{-3}$	$4,01.10^{-3}$	$3,98.10^{-3}$
37,5	1,166 mm	0,838 mm	1,39	$4,47.10^{-3}$	$4,84.10^{-3}$	$3,83.10^{-3}$	$3,87.10^{-3}$	$3,85.10^{-3}$
43,5	1,324 mm	0,960 mm	1,38	$4,41.10^{-3}$	$4,70.10^{-3}$	$3,68.10^{-3}$	$3,76.10^{-3}$	$3,76.10^{-3}$
51	1,505 mm	1,095 mm	1,37	$4,29.10^{-3}$	$4,55.10^{-3}$	$3,51.10^{-3}$	$3,64.10^{-3}$	$3,65.10^{-3}$

$$C_{f(\text{loi de puissance})} = \frac{0,576}{R_x^{0,2}}$$

$C_{f(\text{Schlichting})} = C_f = (2 \text{ Log } R_x - 0,65)^{-2,3}$ à partir de la loi de paroi

Chapitre IV

Résultats expérimentaux «macroscopiques» et première comparaison aux théories semi-empiriques

Par opposition aux résultats obtenus par les mesures de fluctuations que nous décrirons au chapitre VII, nous désignons par résultats "macroscopiques" les résultats des explorations de couche limite en vitesse, température et concentration à l'aide des sondes (pitot et thermocouples) décrites au chapitre II, § 5. Ces explorations ont été faites pour différentes valeurs des paramètres extérieurs.

A partir de ces résultats, nous avons calculé le bilan local correspondant aux intégrales premières des équations générales. Nous avons ensuite déduit les valeurs des conductivités et diffusivités turbulentes près de la paroi[3] et [4].

IV-1. MESURES

IV-1-1. Domaine étudié

Dans le tableau ci-après, nous résumons l'ensemble de nos mesures moyennes au-dessus de la plaque chauffée.

Dans la suite de notre exposé, nous définirons par (1), (2), (3), et (4) la référence aux conditions expérimentales du tableau.

Conditions	Mesures effectuées	Domaine en X (cm)
T_w = 63°C C_0 = 0 % U_0 = 29,8 m/s ①	Explorations en vitesse et température	X = 0,45 - 1,5 - 3 - 4,5 - 6 - 7,5 9 - 10,5 - 12 - 15
T_w = 210°C C_0 = 0 % U_0 = 29,5 m/s ②	Explorations en vitesse et température	X = 1,5 - 3 - 4,5 6 - 9 - 12 - 15
T_w = 440°C C_0 = 3 % H_2 U_0 = 29,5 m/s ③	Explorations en vitesse, température et concentration	X = 0,35 - 2 - 3,5 5 - 6,5 - 8 - 9,5 11 - 12,5 - 14
T_w = 480°C C_0 = 0 % U_0 = 29,5 m/s ④	Explorations en vitesse et température	X = 1,5 - 3 - 4,5 6 - 9 - 12 - 15

Conditions expérimentales

IV-1-2. Présentation des résultats

Sur les figures qui suivent, nous ne porterons que les résultats des explorations en température et en concentration.

Pour T_w = 63°C, condition ① , les profils de vitesse sont pratiquement les mêmes que dans le cas isotherme, aussi nous nous servirons des résultats du chapitre III. Pour les autres conditions, une étude particulière de l'influence de la température de paroi sur la vitesse sera faite au chapitre V lors de l'étude du changement de variables ramenant au cas incompressible.

Sur les figures IV-1, IV-2, IV-3 et IV-4, sont portés respectivement les profils de température correspondant aux conditions ① , ② , ③ et ④ . Ils ne diffèrent entre eux que par la diminution de la pente à la paroi avec la température. Nous montrons sur la figure IV-5 l'influence de la température de paroi sur ces profils.

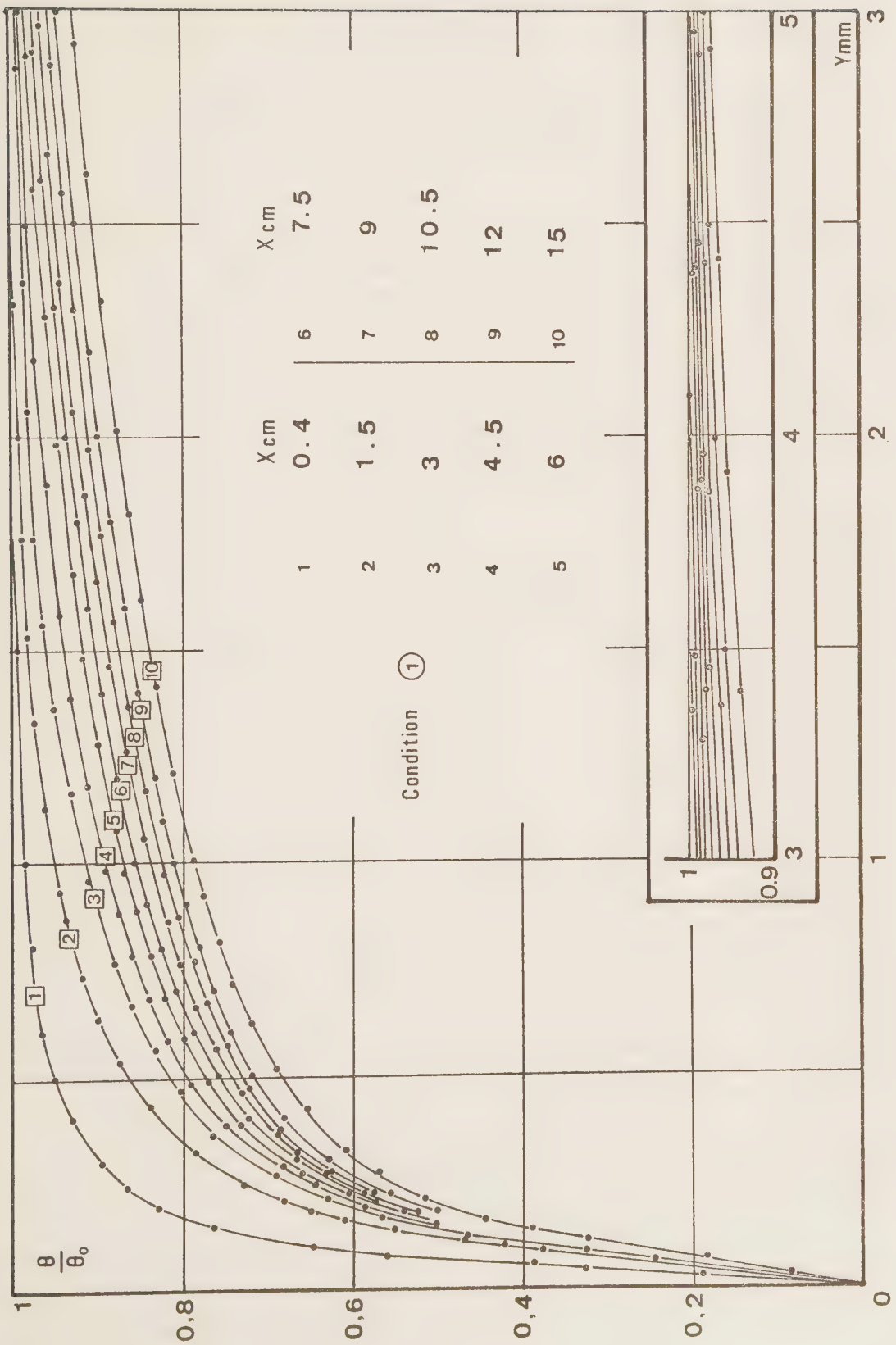


Fig. IV-1. - *Profils de température (condition ①)*

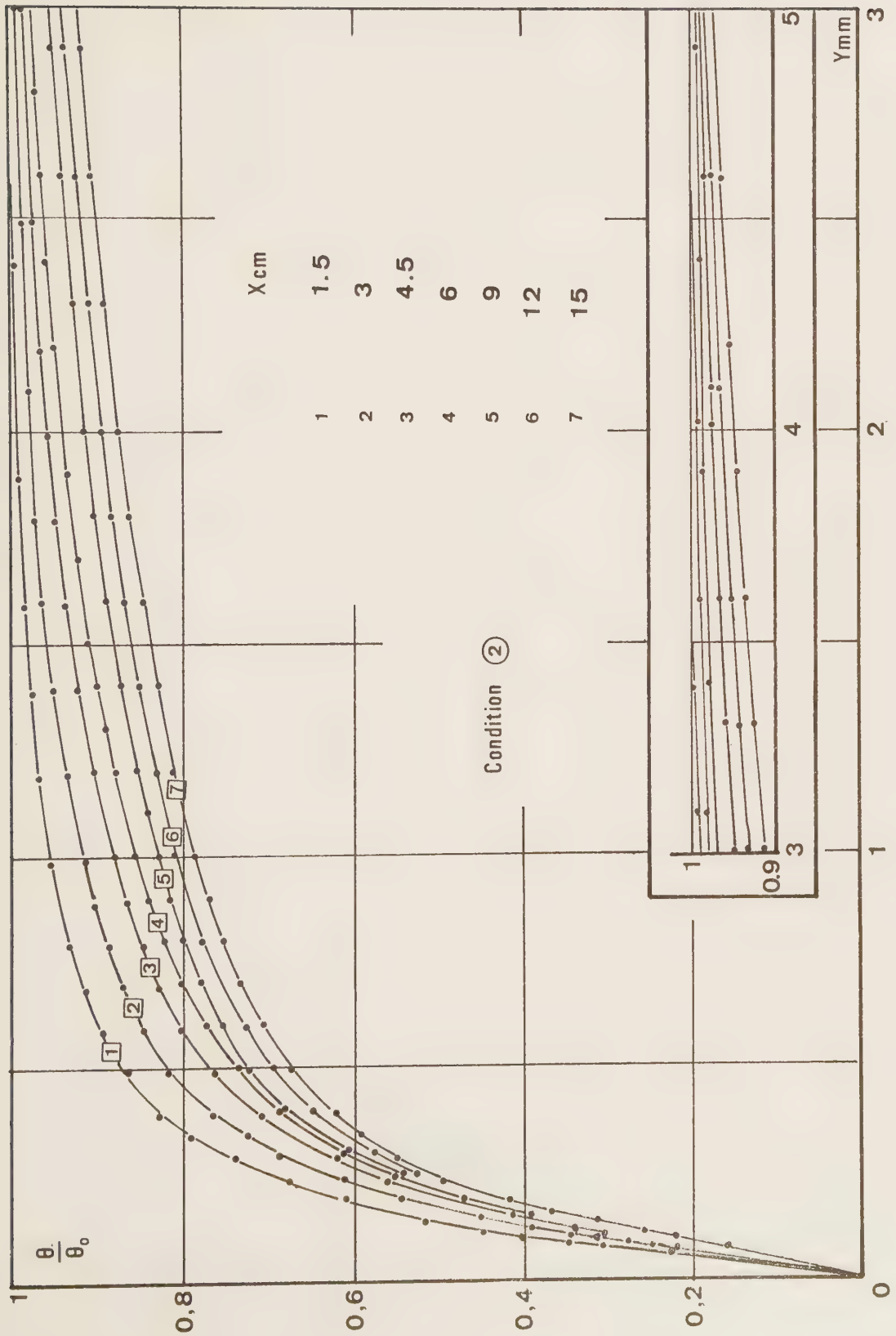


Fig. IV-2. - *Profils de température (condition ②)*

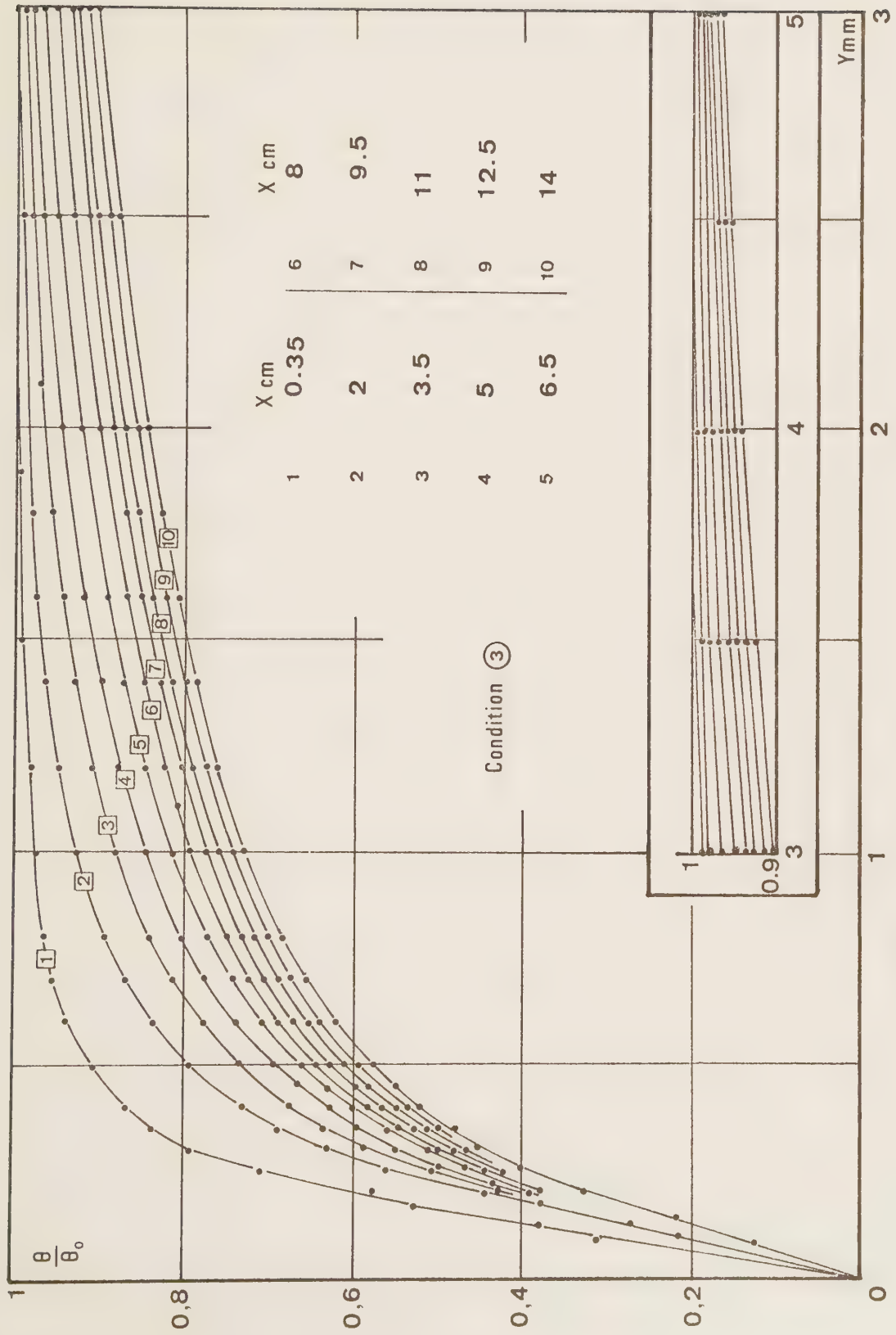


Fig. IV-3. - *Profils de température (condition ③)*

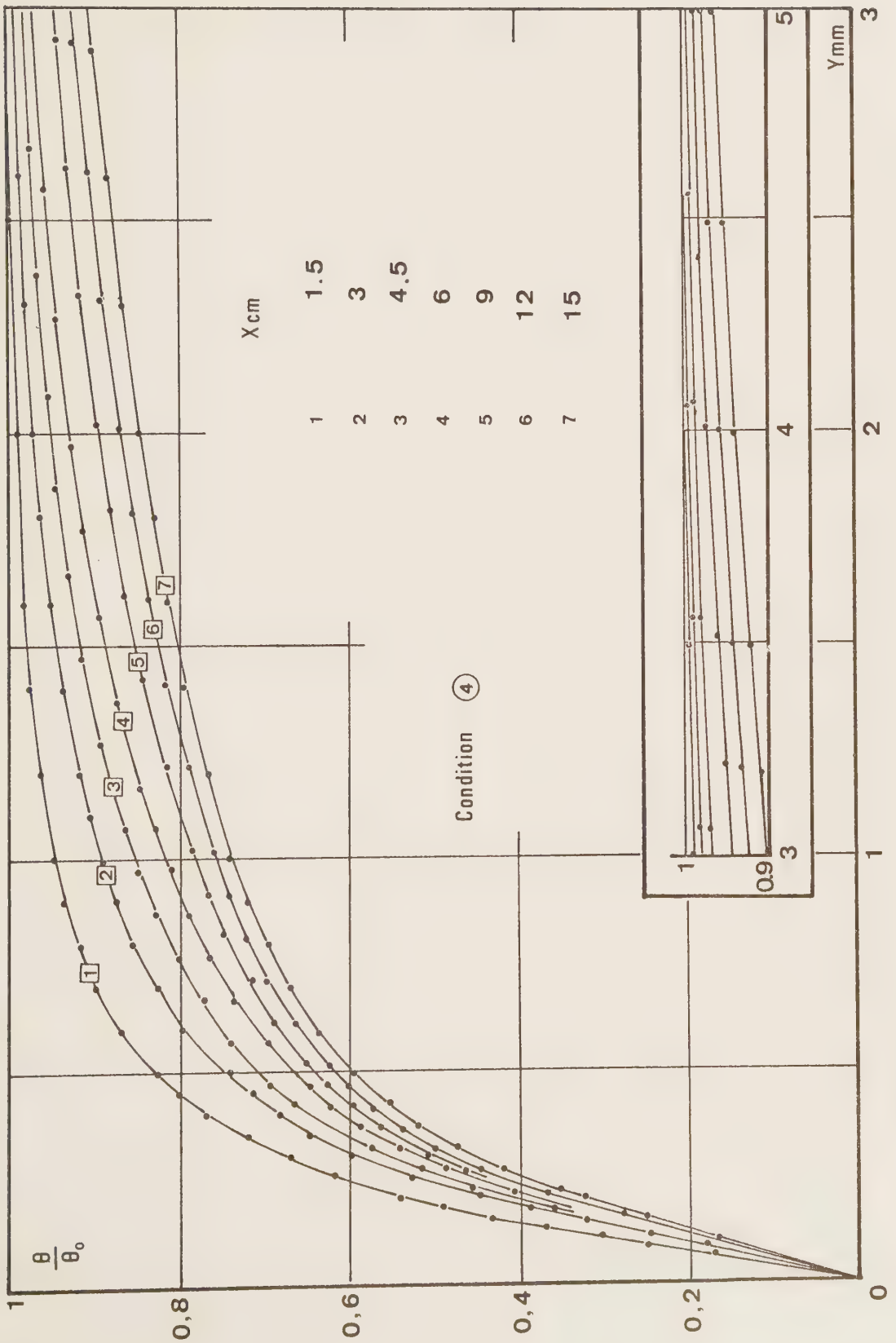


Fig. IV-4. - Profils de température (condition (4))

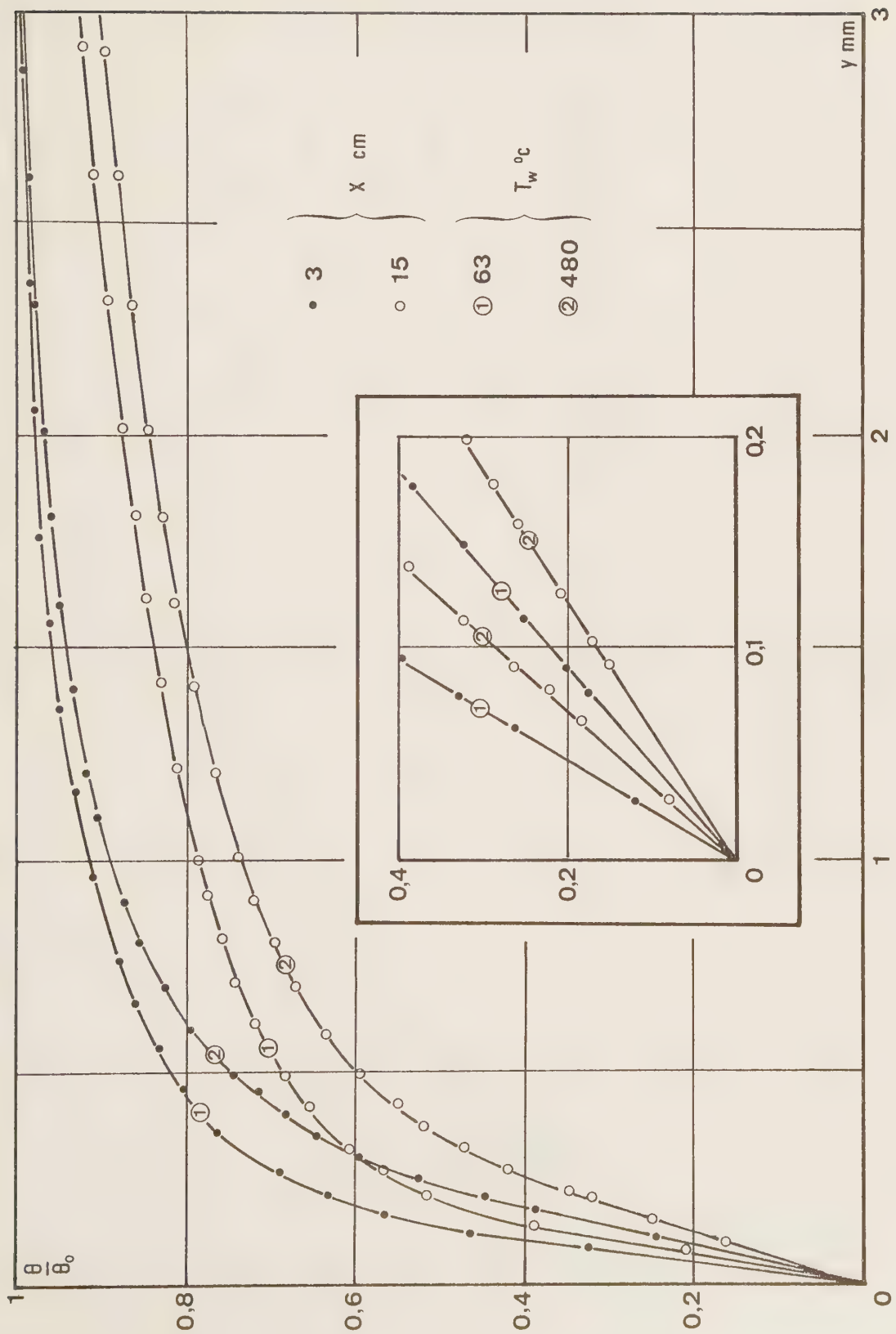


Fig. IV-5. - *Influence de la température de paroi*

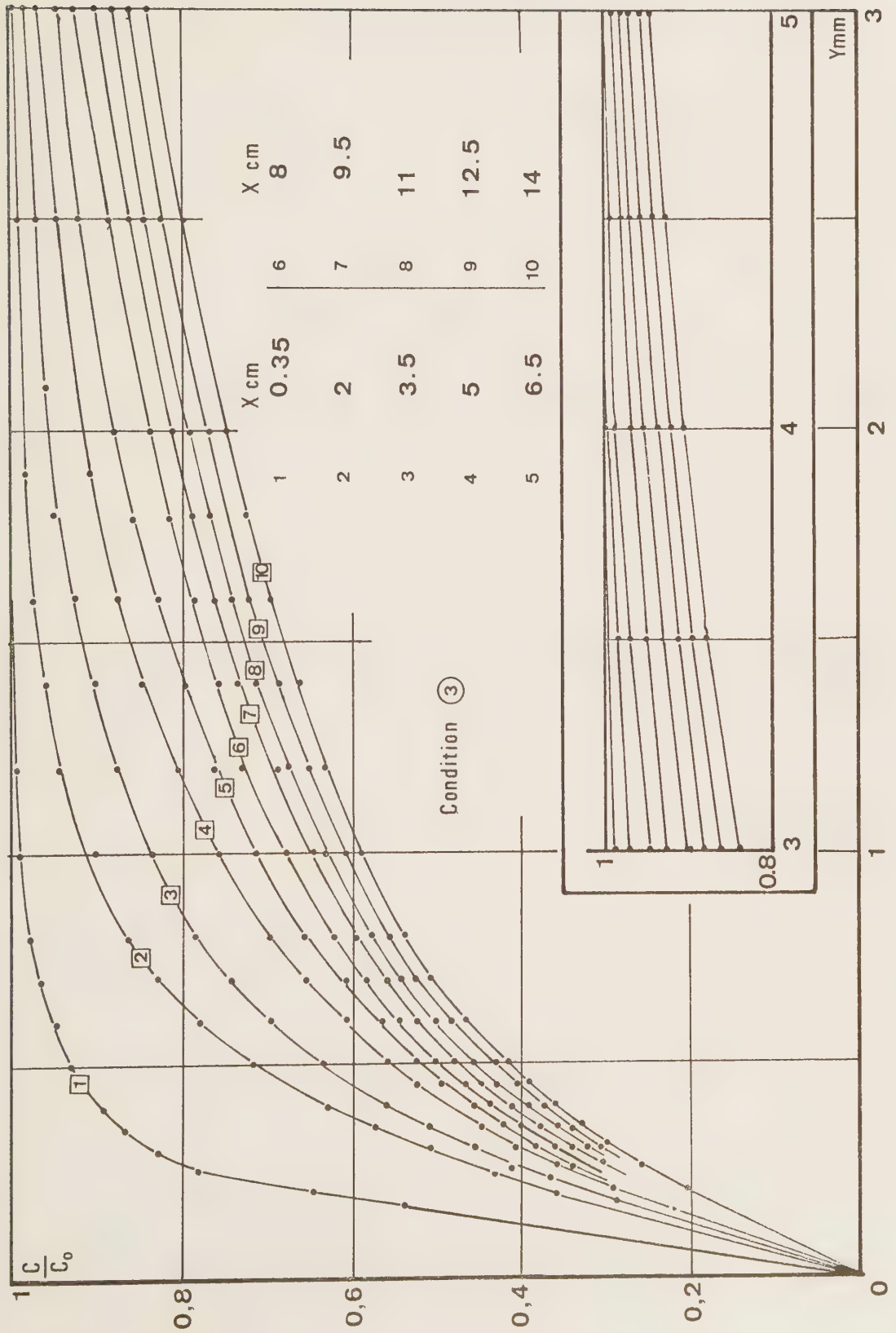


Fig. IV-6. - *Profils de concentration (condition ③)*

Sur la figure IV-6, nous donnons les profils de concentration pour la condition (3) . Ils sont caractérisés par leur faible pente à la paroi, ceci provenant de la faible valeur du nombre de Schmidt pour l'hydrogène.

Les profils de concentration tels qu'ils sont présentés ont subi des corrections importantes près de la paroi, corrections que nous explicitons ci-dessous.

IV-2. CORRECTIONS APPORTEES AUX MESURES DE CONCENTRATION

Elles sont de deux natures : influence de la vapeur d'eau produite par combustion et, pour la sous-couche laminaire, influence de la hauteur d'aspiration de la sonde.

IV-2-1. Influence de la vapeur d'eau

Lors du dosage de l'hydrogène au catharomètre, la vapeur d'eau est éliminée de l'échantillon à doser, nous faisons donc une erreur sur la concentration en volume, pour connaître cette erreur, nous allons évaluer la concentration $C(H_2O)$ en vapeur d'eau.

Supposons la similitude des transferts entre la vapeur d'eau et l'hydrogène :

$$\frac{St_d(H_2)}{St_d(H_2O)} = \left(\frac{Sc(H_2)}{Sc(H_2O)}\right)^{-2/3} \qquad |IV\text{-}1|$$

la puissance -2/3 étant tirée de Spalding[55]. Si ϕ_w est le volume qui traverse l'unité de surface pendant l'unité de temps :

$$\frac{\dfrac{\phi_w(H_2)}{[C_w(H_2) - C_0(H_2)]\ U_0}}{\dfrac{\phi_w(H_2O)}{[C_w(H_2O) - C_0(H_2O)]\ U_0}} = \left(\frac{Sc(H_2)}{Sc(H_2O)}\right)^{-2/3} \left(\frac{D(H_2O)}{D(H_2)}\right) \qquad |IV\text{-}2|$$

D'après la réaction de combustion de l'hydrogène

$$\phi_w(H_2) = \phi_w(H_2O) \quad \text{au signe près}$$

et d'autre part

$$C_w(H_2) = 0 \qquad C_0(H_2O) = 0$$

donc

$$\frac{C_w(H_2O)}{C_0(H_2)} = \left[\frac{D(H_2O)}{D(H_2)}\right]^{-2/3} \simeq 2 \qquad |IV\text{-}3|$$

A la paroi, la concentration en vapeur d'eau est environ le double de la concentration en hydrogène de l'écoulement libre.

Erreur sur C : Elle s'exprime facilement au voisinage de la paroi par $\frac{\Delta C}{C} < C(H_2O)$. Dans nos mesures, la concentration en hydrogène étant de 3 %, l'erreur est donc $\frac{\Delta C}{C} < + 6$ %.

Supposons les profils linéaires à la paroi

$$D(H_2) \frac{\partial[C(H_2)]}{\partial y} = -D(H_2O) \frac{\partial[C(H_2O)]}{\partial y} \qquad |IV\text{-}4|$$

Pour $\frac{C}{C_0} = 0{,}5$, nous trouvons facilement $\frac{\Delta C}{C} < 2$ %. L'influence de la vapeur d'eau sur la mesure de concentration est donc assez faible près de la paroi et devient négligeable au-delà du film laminaire du fait que le coefficient de diffusion de la vapeur d'eau est inférieur à celui de l'hydrogène.

IV-2-3. Influence de la sonde d'aspiration

La sonde d'aspiration (qui est aussi le pitot) n'est pas infiniment mince ; dans une région où il y a à la fois de grands gradients de vitesse, de température et de concentration, le centre géométrique ne correspond pas à la hauteur pour laquelle le doseur donne la concentration moyenne.

Supposons que la vitesse d'aspiration moyenne soit égale à la vitesse locale, si e est l'épaisseur de l'ouverture de la sonde, nous trouvons facilement :

$$C(y)\ \text{mesuré} = \frac{\int_{y-\frac{e}{2}}^{y+\frac{e}{2}} \rho\ u\ C\ dy}{\int_{y-\frac{e}{2}}^{y+\frac{e}{2}} \rho\ u\ dy} \qquad |IV\text{-}5|$$

Pour la cote y, la concentration réelle est :

$$C(y)\ \text{réel} = \frac{1}{e} \int_{y-\frac{e}{2}}^{y+\frac{e}{2}} C\ dy \qquad |IV\text{-}6|$$

L'erreur calculée* dans ce cas est aussi positive, elle atteint 25 % à la paroi, 8 % pour $y = 0{,}1$ mm et devient négligeable pour y de l'ordre de l'épaisseur totale de la sonde, soit 0,25 mm.

En appliquant ces corrections, les profils de concentration passent par zéro pour $y = 0$, ce qui correspond à une catalyse totale à la paroi, condition à la limite que nous nous étions imposée. D'une manière générale, il est difficile de faire des mesures de concentration pour des ordonnées inférieures à l'épaisseur de la sonde d'aspiration. Ce fait est également valable pour les mesures de vitesse comme cela l'a été montré par Plan[34].

---

*L'intégration dans la sous-couche laminaire en supposant les lois linéaires donne :

$$\frac{ey - \frac{A}{B}\,e + \frac{A}{B}\,\text{Log}\left[\frac{y + \frac{e}{2} + \frac{A}{B}}{y - \frac{e}{2} + \frac{A}{B}}\right]}{y\left[e - \frac{A}{B}\,\text{Log}\left(\frac{y + \frac{e}{2} + \frac{A}{B}}{y - \frac{e}{2} + \frac{A}{B}}\right)\right]}$$

où A et B dépendent du profil de température et de la température de paroi.

IV-3. INTEGRALES PREMIERES SUR TOUTE L'EPAISSEUR DE LA COUCHE LIMITE

IV-3-1. Résultats

Nous effectuons le bilan sur toute l'épaisseur de la couche limite, il nous donne les flux sous forme de nombres de Stanton, tels que nous les avons exprimés par les formules |I-17| et |I-18|. Expérimentalement, il est difficile d'obtenir directement St en raison de la différenciation en x, aussi nous calculerons :

$$\int_0^X St_h \, dx = \int_0^{\delta_h} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_0}\right) dy \quad \text{pour la chaleur} \qquad |IV\text{-}7|$$

et

$$\int_0^X St_d \, dx = \int_0^{\delta_d} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) dy \qquad |IV\text{-}8|$$

Tous les résultats sont reportés dans les tableaux suivants :

① $T_w = 63°C$

X cm	0,45	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	15
$\int_0^X St_h \, dx.10^3$	4,5	10,09	16,2	19,95	24,1	27,9	31,2	35,25	38,5	45

② $T_w = 210°C$

X cm	1,5	3	4,5	6	9	12	15
$\int_0^X St_h \, dx.10^3$	8,94	14,55	19,42	24,28	31,7	37,65	43,12

③ T_w = 440°C

X cm	0,35	2	3,5	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14
$\int_0^X St_h\, dx.10^3$	3,9	11,5	17,39	21,10	26,14	30,8	36,5	39	43,08	46,34
$\int_0^X St_d\, dx.10^3$	4,6	14,65	22,5	31,73	37,49	45,7	52,4	58,1	64,20	71,11

④ T_w = 480°C

X cm	1,5	3	4,5	6	9	12	15
$\int_0^X St_h\, dx.10^3$	9,86	15,7	20,11	24,72	31,65	37,24	44,23

Afin de pouvoir comparer les différents résultats avec ou sans présence d'hydrogène, il nous faut d'abord étudier la variation des propriétés physiques du mélange avec la concentration en hydrogène.

IV-3-2. Variation des propriétés physiques du mélange

a) Viscosité μ : Nous admettons la loi de Sutherland pour la variation avec la température, cette loi est voisine de $\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}$. Pour un système binaire, la viscosité du mélange s'exprime par* :

$$\mu_m = \frac{\mu_1}{1 + \left(\frac{y_2}{y_1}\right) \phi_{12}} + \frac{\mu_2}{1 + \left(\frac{y_1}{y_2}\right) \phi_{21}} \qquad |IV\text{-}9|$$

---

* Toutes les formules qui suivent sont tirées de l'ouvrage de Reid et Sherwood[56].

ϕ_{ij} est donné par Wilke

$$\phi_{ij} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\mu_i}{\mu_j}\right)^{1/2} \left(\frac{M_j}{M_i}\right)^{1/4}\right]^2}{\sqrt{8}\left[1 + \frac{M_i}{M_j}\right]^{1/2}} \qquad |IV\text{-}10|$$

M_i est la masse atomique du composant i et y_i la fraction molaire en gaz.

La présence de 3 % d'hydrogène provoque sur μ_m une variation négligeable par rapport à μ_{air} (0,03 % à 20°C et 0,06 % à 420°C).

b) *Conductivité thermique* k : Nous admettons la même loi de variation en température en $\left(\frac{T}{T_0}\right)^{0,75}$. La conductivité du mélange est donnée par une équation analogue à |IV-9| (équation de Wassiljewa)

$$k_m = \frac{k_1}{1 + A_{12}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)} + \frac{k_2}{1 + A_2\left(\frac{y_1}{y_2}\right)} \qquad |IV\text{-}11|$$

$$A_{ij} = 1{,}065\ \phi_{ij} \qquad |IV\text{-}12|$$

La valeur élevée de la conductivité de l'hydrogène rend sa présence non négligeable. Le rapport k_m/k_{air} est pratiquement constant entre 0 et 400°C et égal à 1,091 pour 3 % d'H_2, soit une variation de 9 %.

c) *Coefficient de diffusion* : Une des relations les plus récentes proposée par Fuller et ses collaborateurs est de la forme :

$$D_{12} = \frac{0{,}001\ T^{1,75}\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)^{1/2}}{P\left[(\Sigma_v)_1^{1/3} + (\Sigma_v)_2^{1/3}\right]^2} \qquad |IV\text{-}13|$$

où P est la pression en atmosphères et $(\Sigma_v)_i$ le volume de diffusion atomique donné dans des tables ((56) page 532).

La variation avec la température est donc de la forme $\frac{D}{D_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{1,75}$.

Ceci a pour effet de rendre le nombre de Lewis $Le = \frac{D\rho\, C_p}{k}$ pratiquement indépendant de la température.

d) Masse volumique et chaleur massique : Elles suivent les lois additives

$$\rho_m = \Sigma\, \rho_i C_i \quad \text{et} \quad \rho_m\, C_{p_m} = \Sigma\, \rho_i\, C_{pi}\, C_i$$

la variation est négligeable pour $\rho_m\, C_{p_m}$, pour ρ_m elle est égale pratiquement à la concentration.

En résumé, nous ne tiendrons compte de la présence d'hydrogène que pour k_m, la conductivité thermique du mélange.

IV-3-3. Comparaison des divers flux

a) Chaleur : Dans les tableaux de résultats, nous remarquons que les valeurs de $\int_0^X St_h\, dx$ sont voisines quelle que soit la température de paroi pour les valeurs de X considérées. Toutefois, les valeurs correspondant aux conditions (3) sont supérieures. Ceci peut s'expliquer par la variation du nombre de Prandtl avec la concentration en hydrogène.

Nous avons en effet : $\frac{Pr_m}{Pr_{air}} \simeq 0,9$. Or, pour un écoulement turbulent, l'invariant au point de vue flux généralement admis est $St.F(Pr)$ où F est de la forme $(Pr)^{2/3}$ pour les valeurs de Pr voisines ou supérieures à l'unité, F peut aussi avoir une forme proposée par Ribaud et Brun

$$F = 1 + 0,75\,(Pr^{2/3} - 1) \qquad |IV\text{-}14|$$

La formule |IV-14| est mieux adaptée pour toute l'échelle des nombres de Prandtl, dans le cas de l'air le résultat est voisin de la forme en puissance 2/3 :

$$F(Pr_m)/F(Pr_{air}) \simeq 0,935$$

En ramenant les résultats ③ aux conditions de l'air pur, nous obtenons :

X cm	0,35	2	3,5	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14
$\int_0^X St_h \, dx.10^3$	3,65	10,75	16,26	19,73	24,44	28,8	34,13	36,46	40,28	43,32

Remarque : F(Pr) est supposé indépendant de X ce qui n'est certainement pas exacte juste après la discontinuité, nous faisons malgré tout cette hypothèse, car nous nous intéressons au flux total sur la plaque.

Les résultats ① , ② , ③ transformé et ④ sont regroupés sur la figure IV-7, on obtient pratiquement une courbe unique, nous en tirons les conclusions suivantes :

1°) la température de paroi n'affecte pas sensiblement le flux total de chaleur

2°) le fait qu'il y ait transfert de masse superposé au transfert de chaleur, n'affecte pas ce dernier.

b) Concentration : Dans le cas de transfert de masse F(Pr) devient F(Sc) et pour pouvoir comparer St_d à St_h, il faut faire une affinité en F(Sc)/F(Pr), le problème étant le choix de la fonction F pour un nombre de Schmidt inférieur à l'unité (0,22). Les formules de puissance sont les plus répandues :

$$\frac{F(Sc)}{F(Pr)} = \frac{(Sc)^s}{(Pr)^s} = (Le)^{-s} \qquad |IV\text{-}15|$$

Les valeurs rencontrées pour s sont comprises entre $\frac{3}{4}$ et 0,4. D'après Spalding[55], s tend vers $\frac{3}{4}$ pour les nombres de Prandtl ou Schmidt très supérieurs à l'unité et vers 0,4 pour ces nombres très inférieurs à l'unité. Reynolds et al[11] recommandent un exposant de 0,4 au lieu de 2/3 qui est le plus souvent rencontré.

La formule |IV-14| pour Sc = 0,22 donne l'équivalent d'un exposant de 0,55.

En ramenant St_d à St_h pour les conditions ③ avec s = 0,4, nous obtenons :

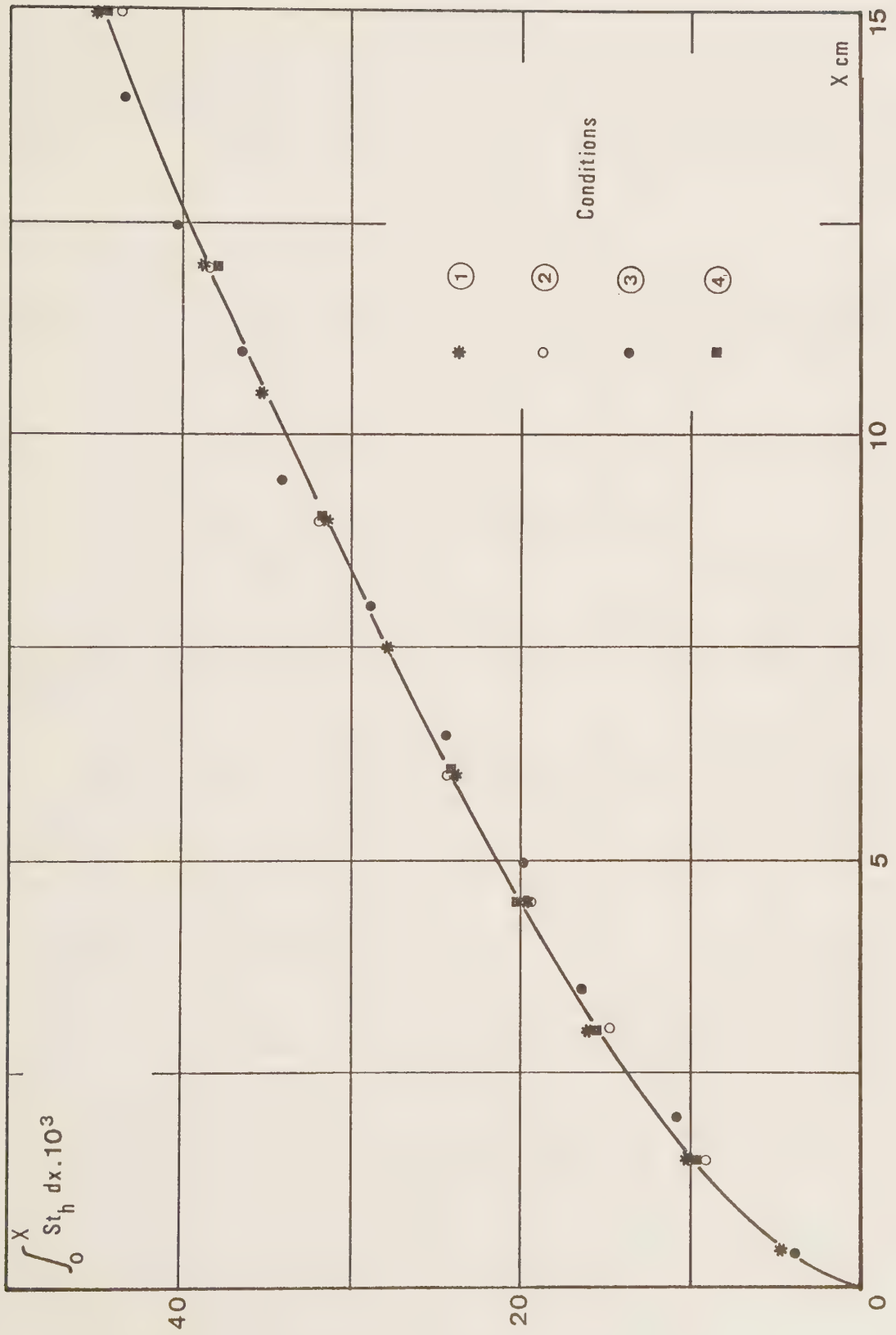


Fig. IV-7. - *Flux de chaleur total à la paroi (ramené aux conditions Pr = 0,72)*

X cm	0,35	2	3,5	5	6,5	8	9,5	11	12,5	14
$\int_0^X St_h \, dx.10^3$	3,9	11,5	17,39	21,10	26,14	30,8	36,5	39	43,08	46,34
$\int_0^X St_d dx.10^3.(Le)^{-0,4}$	3,3	9,5	14,5	20,5	24,3	29,6	34	37,7	41,7	46,1

Les résultats sont portés sur la figure IV-8.

Les valeurs transformées du flux de masse sont un peu inférieures à celles de flux de chaleur, ceci peut provenir de la valeur de s qui reste très incertaine.

IV-4. INTEGRALES PREMIERES LOCALES

IV-4-1. Equations

Effectuons le bilan local correspondant aux intégrales premières des équations |I-13| et |I-14| :

$$\frac{\mu+\mu_t}{Pr_e \, \rho_0 U_0} \frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \int^{\infty} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0}\right) dy + \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0}\right) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} dy \qquad |IV\text{-}16|$$

$$\frac{\mu+\mu_t}{Sc_e \, \rho_0 U_0} \frac{\partial \frac{C}{C_0}}{\partial y} + \frac{\mu}{Sc} \frac{1}{\rho_0 U_0} \frac{K_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \int_y^{\infty} \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} dy + \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_0} \frac{u}{U_0} dy \qquad |IV\text{-}17|$$

En calculant chaque terme de ces équations à partir des profils expérimentaux, nous pouvons déduire ε_h^+ et ε_d^+ (équations |I-15| et |I-16|).

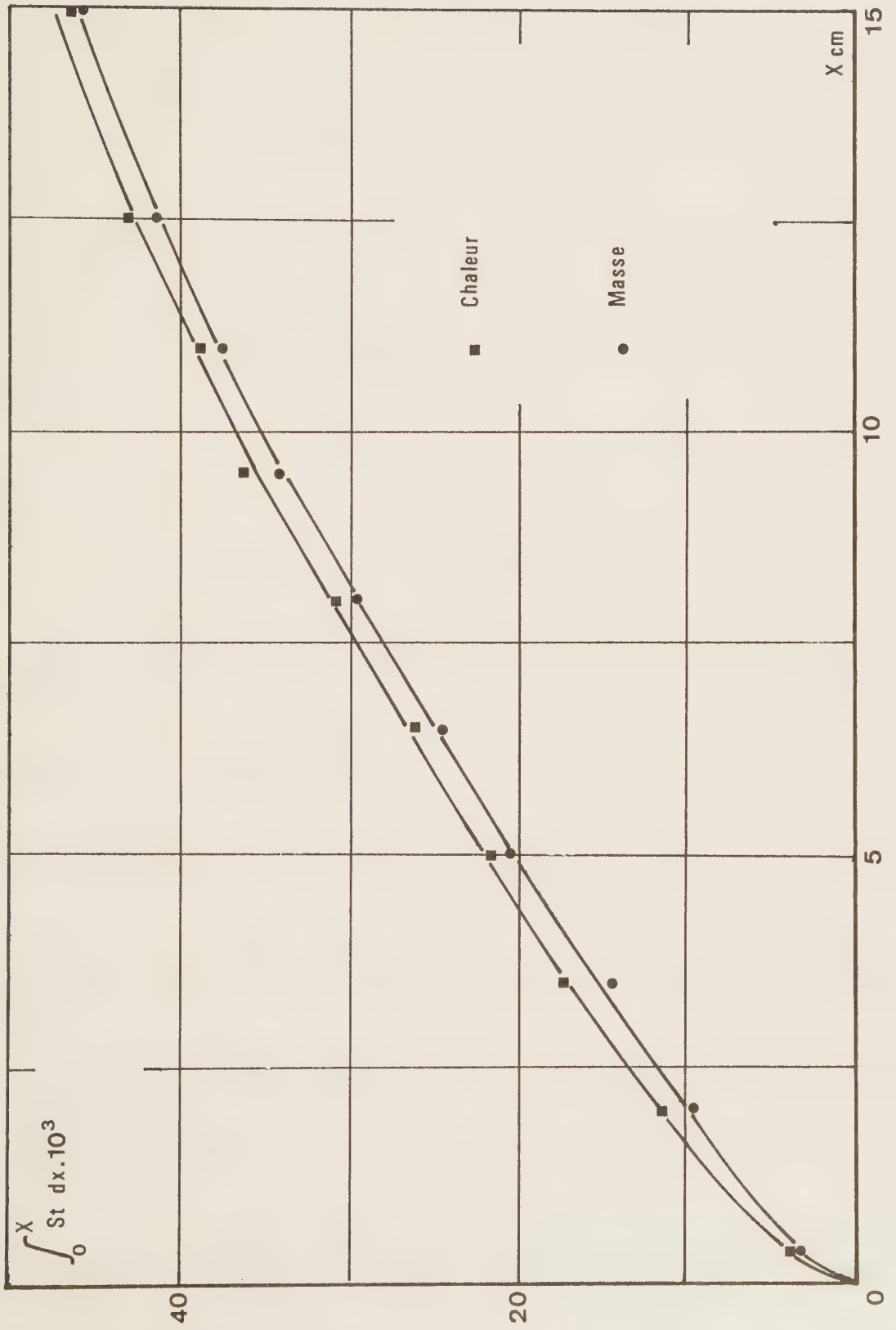


Fig. IV-8. - *Flux de masse total (ramené aux conditions Pr = 0,72)*

IV-4-2. Rôle de la thermodiffusion

Elle est en général négligée dans les écoulements turbulents car elle n'intervient que dans la sous-couche laminaire. Dans nos conditions expérimentales, la majeure partie des transferts se fait près de la paroi pour les faibles valeurs de X, il y a donc lieu de tenir compte de la thermodiffusion. K_T étant proportionnel à C (K_T = - 0,167 C), la thermodiffusion n'intervient pas explicitement dans St_d.

Nous portons sur la figure IV-9 l'importance du flux de masse dû à la thermodiffusion par rapport au flux total en évaluant le deuxième membre de gauche et le membre de droite de l'équation |IV-17|. Ce calcul a été effectué pour X = 0,5 2, 5 et 14 cm. Le maximum est atteint à la fin de la sous-couche laminaire, il a une valeur de 10 % au proche voisinage de l'origine du transfert et tombe à 4 % en fin de plaque.

IV-4-3. Calcul des conductivités et diffusivités turbulentes

Nous ne donnerons les résultats que pour les valeurs près de la paroi car la précision est meilleure et c'est la zone qui offre un intérêt pour notre étude.

Sur les figures IV-10 et IV-11 sont portées les valeurs de $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ pour 63°C et 480°C en fonction de y

$$\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr} = \frac{k_t}{C_p \mu} \qquad |IV\text{-}18|$$

De l'examen de ces figures, nous pouvons conclure que ε_h^+ n'est pas constant quelle que soit la valeur de X et qu'il tend vers une limite quand X croit.

Les résultats analogues pour les conditions expérimentales (3) sont portés simultanément sous la forme $\varepsilon_d^+ - \frac{1}{Sc}$ et $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ sur la figure IV-12. Nous voyons un assez bon accord entre les valeurs relatives au flux de chaleur et celles relatives au flux de masse.

Ces calculs demandent une grande précision dans le relevé des profils expérimentaux, car ils font intervenir les dérivées longitudinales (équations |IV-16| et

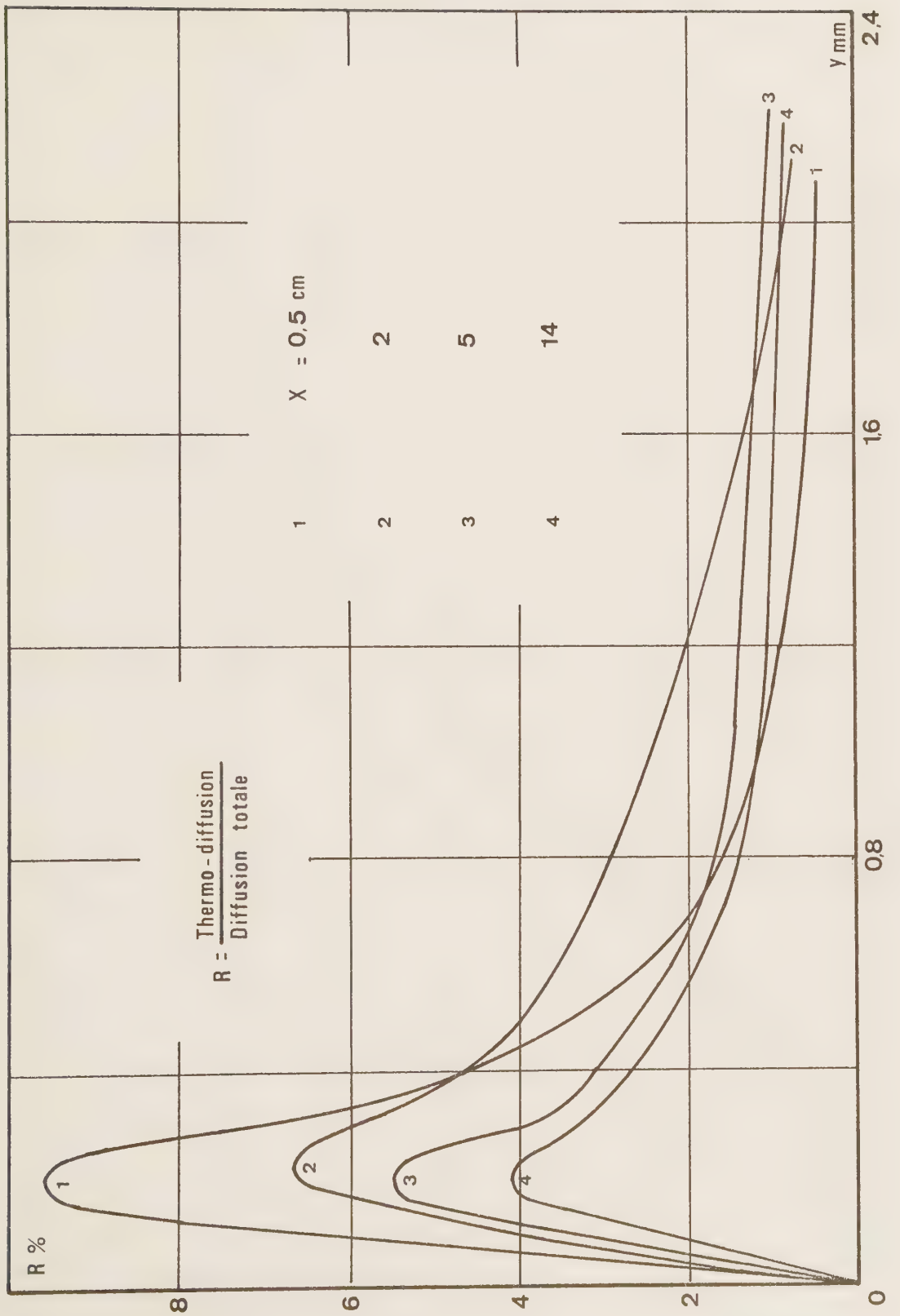


Fig. IV-9. - *Influence de la thermodiffusion*

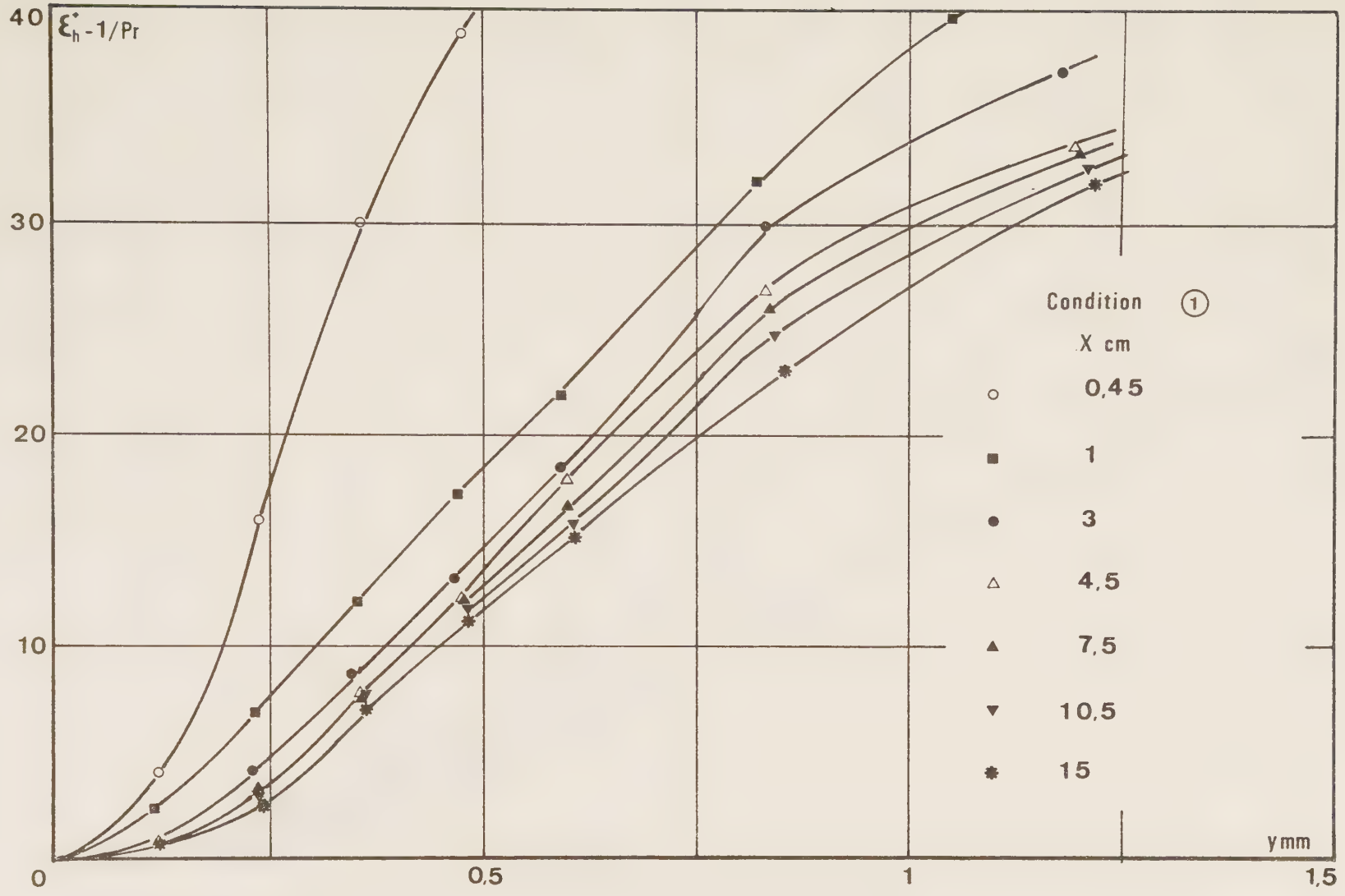


Fig. IV-10. - *Conductivité thermique turbulente (condition (1))*

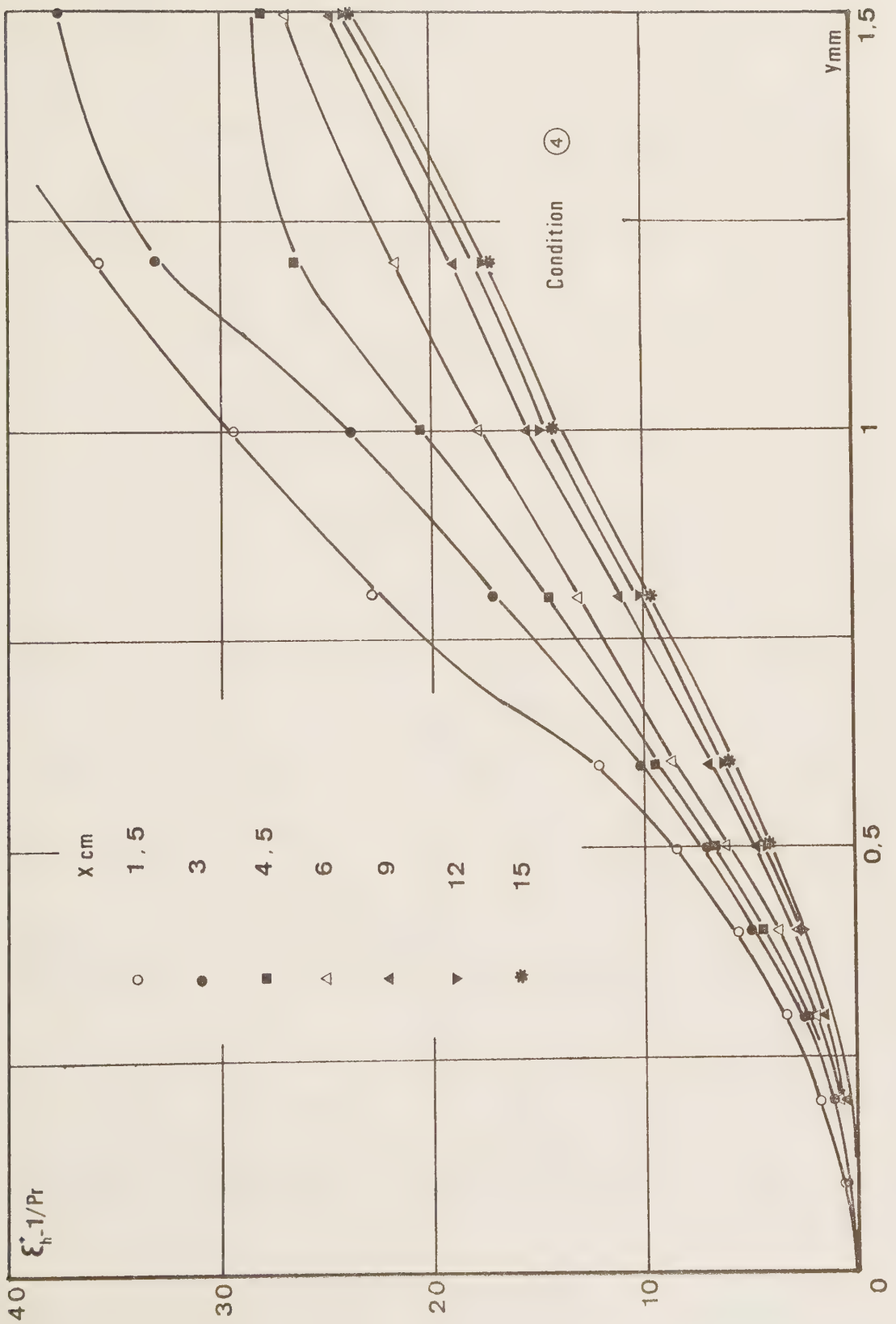


Fig. IV-11. - *Conductivité thermique turbulente (condition ④)*

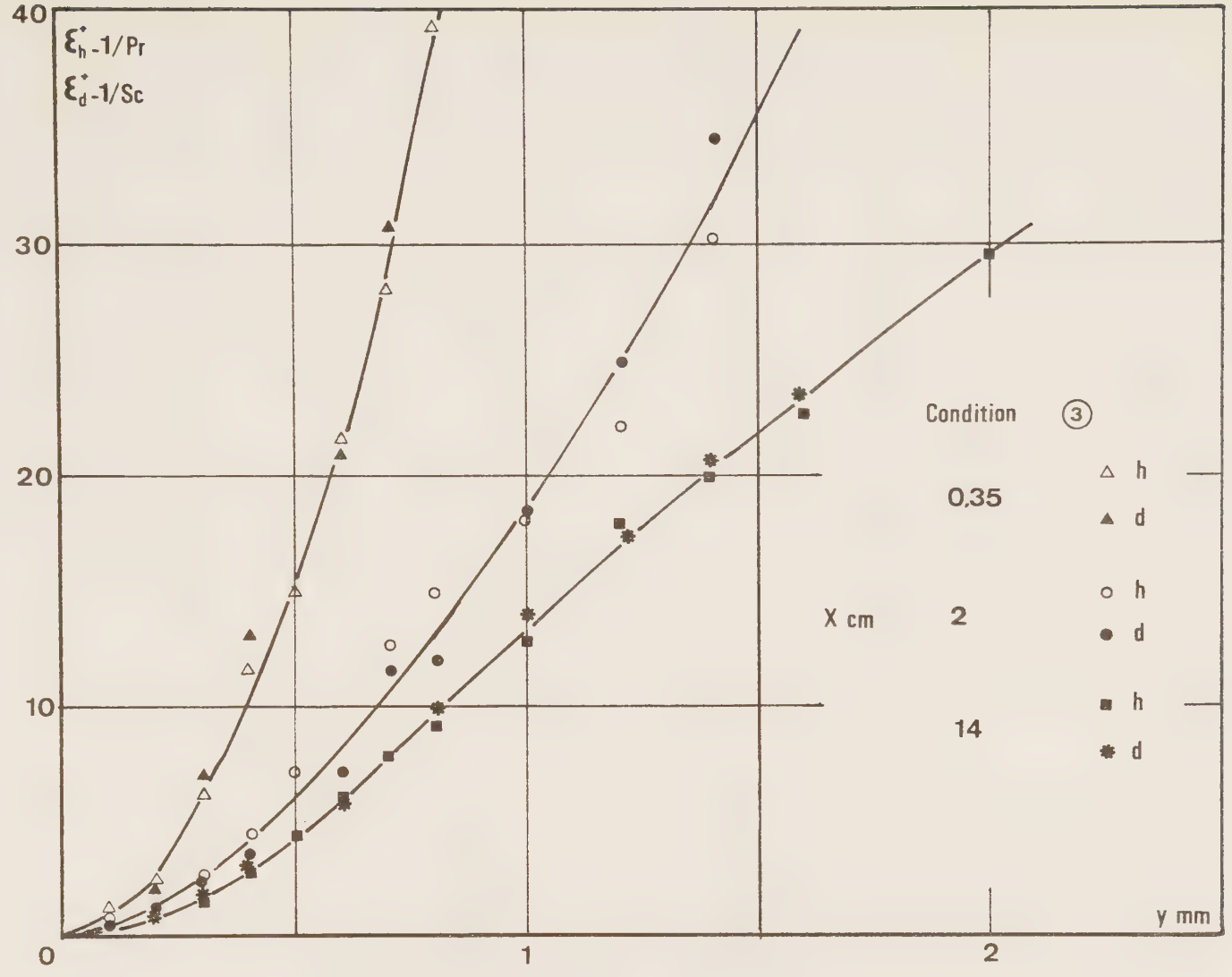


Fig. IV-12. - *Conductivité et diffusivité turbulente (condition ③)*

[IV-17]). C'est pourquoi, nous n'en rencontrons que très peu dans la littérature, et les seuls résultats publiés portent sur une couche limite thermique établie, sans discontinuité. Pour des écoulements dans un tuyau, le calcul est un peu plus facile, la vitesse étant constante en x ; Johnk et Hanratty[17] donnaient des résultats sur ε_h dans la zone d'entrée thermique d'un tuyau sans détailler les valeurs auprès de la paroi.

Afin de pouvoir comparer entre eux nos résultats pour les différentes températures de paroi, il sera nécessaire d'étudier un changement de variables, c'est ce que nous ferons au chapitre V.

IV-5. COMPARAISON DES RESULTATS AUX THEORIES SEMI-EMPIRIQUES

Au chapitre I, lorsque nous avons examiné les travaux théoriques relatifs au problème étudié, nous avons déduit que la théorie semi-empirique de Spalding[21] était celle qui donnait les résultats les plus proches des données expérimentales. Aussi nous n'étudierons et nous n'appliquerons que cette théorie.

IV-5-1. Schéma de la théorie de Spalding

Nous ne rappelons ici que les grandes lignes, les détails pour l'établissement de l'équation et les tables de calcul sont donnés dans l'annexe I.

Compte tenu de l'hypothèse exposée au chapitre I § 3.1., l'équation de l'enthalpie peut se mettre sous la forme

$$\frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial X^+} = \frac{1}{\varepsilon_u^+ u^+} \frac{\partial}{\partial u^+} \frac{\varepsilon_h^+}{\varepsilon_u^+} \frac{\partial \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)}{\partial u^+} \qquad |IV\text{-}19|$$

X^+ étant défini par

$$dX^+ = \frac{U_0}{\nu_0} \cdot \sqrt{C_f/2}\ dx \qquad |IV\text{-}20|$$

avec $X = 0$ quand $x = L$.

Afin d'intégrer numériquement |IV-19|, il convient d'introduire une nouvelle variable indépendante

$$\xi = \int_0^{u^+} \frac{\varepsilon_u^+}{\varepsilon_h^+} \, du^+ \qquad |IV\text{-}21|$$

ce qui donne

$$\frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial x^+} = \frac{1}{u^+ \, \varepsilon_h^+} \, \frac{\partial^2 \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)}{\partial \xi^2} \qquad |IV\text{-}22|$$

u^+ et ε_h^+ sont maintenant fonction de ξ.

Dans le cas d'une discontinuité en température de paroi, nous pouvons écrire pour $y = 0$

$$Pr \left[\frac{\partial \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)}{\partial \xi}\right]_w = \left[\frac{\partial \left(\frac{\Theta}{\Theta_0}\right)}{\partial u^+}\right]_w = \frac{Pr \; St_h}{(C_f/2)^{1/2}} \qquad |IV\text{-}23|$$

en effet à la paroi $\frac{\varepsilon_u^+}{\varepsilon_h^+} = Pr$.

L'intégration numérique de |IV-22| n'est possible que si la viscosité totale et la conductivité thermique totale est uniquement fonction de u^+ et de Pr.

La relation généralement adoptée pour ε_u^+ est :

$$\varepsilon_u^+ = 1 + \left(\frac{K}{E}\right) \left[e^{Ku^+} - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!}\right] \qquad |IV\text{-}24|$$

K et E sont les constantes utilisées dans la formule de Spalding pour la loi de paroi (formule |III-12| K = 0,4, E = 9,025). Cette expression a été fréquemment utilisée et donne des résultats satisfaisants près de la paroi.

Une relation identique est adoptée pour ε_h^+

$$\varepsilon_h^+ = \frac{1}{Pr} + \left(\frac{K}{E}\right) \left[e^{Ku^+} - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2!} - \frac{(Ku^+)^3}{3!}\right] \qquad |IV\text{-}25|$$

Cette relation suppose le nombre de Prandtl turbulent constant et égal à l'unité, elle est adoptée par Spalding par manque d'informations plus précises.

Compte tenu de ces relations, les résultats de l'intégration sont donnés par Gardner et Kestin[58] (voir Annexe I).

IV-5-2. Comparaison des valeurs de St théoriques à nos résultats

La théorie précédente s'applique aux fluides à propriétés physiques constantes. Nous avons remarqué, sur la figure IV-7, que les variations des propriétés avec la température de paroi sont pratiquement sans influence sur les valeurs de St. Aussi, nous pouvons calculer les valeurs de St incompressibles et les comparer à la courbe moyennes de nos résultats, ce qui nécessite de trouver la correspondance entre X et X^+.

Pour cela, nous considérons les valeurs de C_f déterminées au chapitre III en l'absence de transfert de chaleur. Les valeurs sont reportées ci-dessous :

X	0,5	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	15
X^+	429	1280	2550	3815	5075	6328	7578	8823	10063	12525

Numériquement, nous ne pouvons pas calculer $\int_0^{X^+} St_h \, dx^+$, car la fonction devient infinie pour $X^+ = 0$, aussi nous calculons $\int_{10}^{X^+} St_h \, dx^+$ quantité très voisine de l'intégrale totale.

Sur la figure IV-13, nous montrons les résultats moyens expérimentaux et les résultats théoriques. L'écart entre les deux courbes est décroissant en X et devient inférieur à 2 % pour X > 10 cm. Pour les faibles valeurs de X, la théorie de Spalding donne une prédiction de flux insuffisante comme nous l'avait laissé prévoir l'étude bibliographique du chapitre I. Pour un certain nombre d'applications, la prédiction de flux par cette théorie peut être considérée comme suffisante pour les valeurs de X^+ supérieures à 5000.

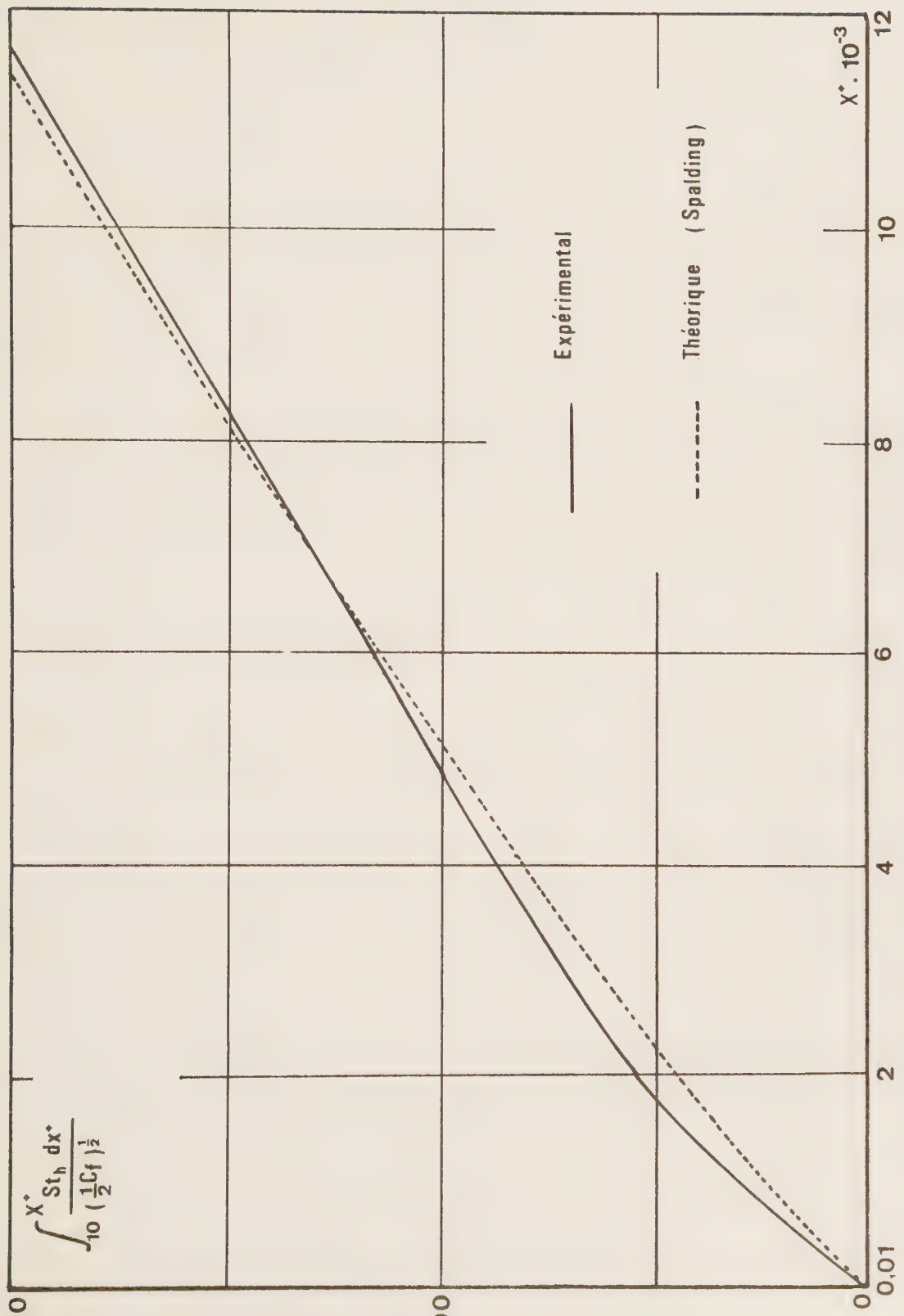


Fig. IV-13. - *Comparaison du flux total de chaleur à la théorie*

IV-5-3. Comparaison des valeurs de ε_h^+ à celles de la formule [IV-24]

Nous ne pouvons comparer que les valeurs de ε_h^+ pour $T_p = 63°C$, (condition (1)), car c'est le seul cas où l'on peut considérer les propriétés physiques constantes.

Nous portons sur la figure IV-14 les résultats en fonction de y^+ pour les différentes valeurs de X^+. La courbe en pointillés représente les valeurs de $\varepsilon_u^+ - 1$ (ou $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$) déduites de la formule de Spalding. Cette courbe apparaît comme une limite vers laquelle tend $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ quand X^+ est suffisamment grand, c'est-à-dire lorsqu'on est suffisamment loin de la discontinuité.

La longueur X pour laquelle $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ est nettement supérieure à $\varepsilon_u^+ - 1$, c'est-à-dire pour laquelle le nombre de Prandtl turbulent est nettement inférieur à l'unité, correspond à la longueur que nous avions signalé au chapitre I (résultats de Jonhson) comme étant la zone intéressante.

IV-6. CONCLUSION

De toutes les mesures de valeurs moyennes que nous avons effectuées, il résulte que :

1°) Pour pouvoir comparer des résultats provenant de différentes températures de paroi, il est nécessaire d'étudier un changement de variables permettant de se ramener au cas de propriétés physiques constantes. C'est ce que nous faisons au chapitre V.

2°) La théorie de Spalding donne une bonne prédiction du flux de chaleur. Toutefois, près de la discontinuité, et sur des distances non négligeables, elle conduit à des valeurs sous-estimées du coefficient de convection.

3°) Les valeurs de $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ et $\varepsilon_d^+ - \frac{1}{Sc}$ sont voisines indépendamment de X, c'est-à-dire que le nombre de Lewis turbulent peut être considéré comme égal à l'unité. Il n'en est pas de même pour le nombre de Prandtl qui devient très inférieur à l'unité au voisinage de la discontinuité.

Afin d'interpréter ces résultats, nous effectuons une étude des mesures locales instantanées au chapitre VI et VII.

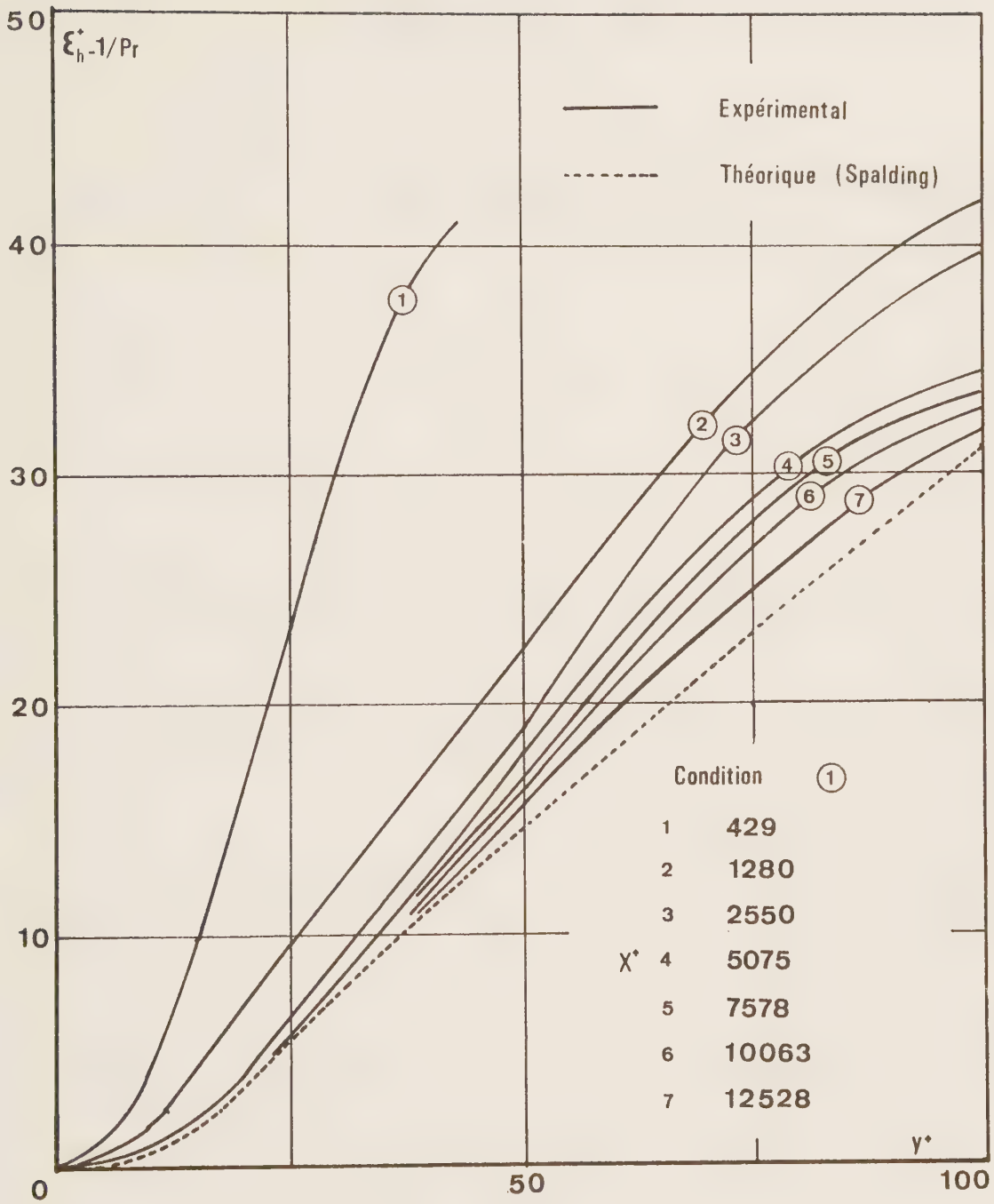


Fig. IV-14. - *Comparaison de la conductivité thermique turbulente à la théorie*

$X^+ = 429$ $X^+ = 1280$ $X^+ = 2550$

$X^+ = 5075$ $X^+ = 7578$ $X^+ = 10063$ $X^+ = 12528$

Chapitre V

Influence de la compressibilité avec la température

V-1. INTRODUCTION

L'importance des valeurs de la température de paroi mises en jeu nécessite la prise en considération des variations des propriétés physiques du fluide dans la couche limite.

Pour cela, nous avons étudié un changement de variables capable de ramener au cas isotherme les données dynamiques et thermiques au-dessus de la plaque chauffée.

Les raisonnements que nous ferons sont calqués sur ceux utilisés pour trouver des changements de variable adéquats permettant de passer du problème de couche limite turbulente dans un fluide compressible à celui de la couche limite incompressible.

C'est pourquoi, bien que la vitesse de notre écoulement soit subsonique, nous conserverons la nomenclature compressible-incompressible, étant entendu que dans notre cas, il s'agit principalement du passage du cas non isotherme au cas isotherme.

Nous avons donc étudié un changement de variables utilisables au-dessus de la discontinuité. Nous avons en premier lieu essayé de déterminer la valeur de C_f, le coefficient de frottement à la paroi, à partir des données expérimentales en utilisant les changements de variables proposés par Michel[43], Spalding[44] et Coles[45].

Le changement de variables basé sur la longueur de mélange (expression de Karman), nous a donné les meilleurs résultats pour regrouper les points sur la loi de paroi.

En faisant l'analogie de longueur de mélange dans le cas du transport d'une quantité scalaire, nous avons appliqué avec succès ce même changement de variable aux résultats thermiques. Ceci nous a permis de comparer les résultats provenant de températures de paroi différentes.

V-2. DIFFERENTES METHODES POUR RAMENER A L'INCOMPRESSIBLE

De nombreux travaux traitent de l'écoulement turbulent compressible. Les plus nombreux sont rencontrés dans le cas d'écoulements adiabatiques super et hypersoniques. Les résultats avec transfert de chaleur sont en général plus dispersés. Nous avons retenu trois groupes d'auteurs :

Michel, Quemard et Elena[43] utilisent des transformations basées sur la longueur de mélange à partir de l'expression de Prandtl et l'expression de Karman.

Spalding et Chi[44] donnent des formules basées également sur la longueur de mélange mais avec des coefficients déterminés expérimentalement.

Coles[45] utilise un changement de variables comparable à celui qu'emploie Crocco en régime laminaire.

V-2-1. Méthode de Michel

Cette méthode consiste à admettre que les hypothèses sur la longueur de mélange sont également valables en compressible. Nous pouvons voir dans le tableau de Spalding[44] que, parmi toutes les méthodes existantes, celles basées sur la longueur de mélange ont toujours donné de meilleurs résultats.

Si le frottement visqueux est négligé, nous avons :

$$\tau = \rho\, k^2\, y^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \qquad |V\text{-}1|$$

avec $\ell = ky$ en suivant l'hypothèse de Prandtl et

$$\tau = \rho\, k^2\, \frac{(\partial u/\partial y)^4}{(\partial^2 u/\partial y^2)^2} \qquad |V\text{-}2|$$

avec $\ell = k\, \dfrac{\partial u/\partial y}{\partial^2 u/\partial y^2}$ en suivant l'hypothèse de Karman.

Dans le cas compressible, la densité ρ est variable. Afin de nous ramener au cas d'une densité constante après le changement de variables, nous définissons V et Y les variables transformées par :

$$dY = dy \qquad dV = \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} du \qquad |V\text{-}3|$$

pour la formule de Prandtl
et

$$dY = \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} dy \qquad dV = \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} du \qquad |V\text{-}4|$$

pour la formule de Karman.

ρ_r est une densité de référence constante. Les expressions |V-1| et |V-2| deviennent :

$$\tau = \rho_r\, k^2\, Y^2\, \left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2 \qquad |V\text{-}5|$$

et

$$\tau = \rho_r\, k\, \frac{(\partial V/\partial Y)^4}{(\partial^2 V/\partial Y^2)^2} \qquad |V\text{-}6|$$

A partir de ces expressions, nous allons déterminer les formes correspondantes pour les lois de vitesse et de frottement.

a) Loi de vitesse

La zone importante de la couche limite pour l'étude des transferts est la partie dite pleinement turbulente ; donc, nous utiliserons la loi de paroi en variables transformées. Les variables analogues à celles de la loi de paroi en incompressible sont :

$$u_\tau = \frac{\tau_w}{(\rho_r)^{1/2}} \qquad V^+ = \frac{V}{u_\tau} \qquad Y^+ = \frac{\rho_r u_\tau}{\mu_r} Y \qquad |V\text{-}7|$$

avec

$$V = \int_0^u \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} du$$

$$Y = y \text{ (Prandtl)} \qquad Y = \int_0^y \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} dy \quad \text{(Karman)}$$

Pour pouvoir utiliser les variables sans dimension, il nous faut connaître la loi de frottement.

b) Loi de frottement

On admet que la loi de frottement $C_f = F(R_{\delta_2})$ en incompressible est toujours valable en compressible, soit, en utilisant les variables transformées $C_{f\ tr} = F\left((R_{\delta_2})_{tr}\right)$, avec

$$C_{f\ tr} = \frac{2\tau_w}{\rho_r V_0^2} \qquad (R_{\delta_2})_{tr} = \frac{\rho_r V_0 \delta_{2\ tr}}{\mu_r}$$

et

$$\delta_{2\ tr} = \int_0^\delta \frac{V}{V_0}\left(1 - \frac{V}{V_0}\right) dY \qquad |V\text{-}8|$$

A partir des répartitions de vitesse et de température expérimentales, nous pouvons calculer $\delta_{2\ tr}$, puis $C_{f\ tr}$, par l'intermédiaire d'une loi de frottement incompressible. Nous déduisons C_f à partir des formules |V-8| par :

$$C_f = C_{f\ tr} \left| \int_0^1 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} d\,\frac{u}{U_0} \right|^2 \qquad |V\text{-}9|$$

Les conditions de référence donnant des résultats satisfaisants sont celles de la paroi, ce qui est compréhensible puisque seule la référence paroi fait apparaître l'influence de la viscosité avec la température.

V-2-2. Méthode de Spalding et Chi

Ces auteurs passent d'abord en revue 20 théories concernant la prédiction des coefficients de frottement en écoulement compressible avec ou sans transfert de chaleur.

La théorie semi-empirique donnant les meilleurs résultats parmi les 20 théories est celle de Van Driest (1955)[52] utilisant pour la longueur de mélange l'expression de Karman, comme dans la théorie de Michel. Spalding améliore de quelques pourcent l'erreur quadratique moyenne par rapport à Van Driest.

Comme dans le paragraphe précédent, l'invariant est la loi représentant le coefficient de frottement en fonction du nombre de Reynolds relatif à l'épaisseur de quantité de mouvement R_{δ_2}. On introduit une fonction corrective f_c de C_f et une fonction corrective $f_{R_{\delta_2}}$ de R_{δ_2}

$$C_f \, f_c = F\left(R_{\delta_2}, f_{R_{\delta_2}}\right)$$

La détermination de f_c ne pose pas de problèmes car toutes les théories concordent sur la valeur

$$f_c = \left| \int_0^1 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} d\left(\frac{u}{U_0}\right) \right|^{-2} \qquad |V\text{-}10|$$

formule analogue à |V-9|.

Pour $f_{R_{\delta_2}}$, les formules les plus généralement rencontrées sont de la forme :

$$f_{R_{\delta_2}} = \left(\frac{\mu_0}{\mu}\right) \left(\frac{\rho_w}{\rho_0}\right)^{\beta} \qquad |V\text{-}11|$$

Pour Van Driest, $\beta = 0$, et

$$f_{R_{\delta_2}} = \left(\frac{T_0}{T_w}\right)^{0,76} \qquad |V\text{-}12|$$

la loi de variation de μ avec T utilisée dans |V-12| est la loi de Sutherland.

Dans la théorie de Spalding, $f_{R_{\delta_2}}$ est très différent de la formule |V-12|, il donne pour le nombre de Mach très inférieur à l'unité :

$$f_{R_{\delta_2}} = \left(\frac{T_0}{T_w}\right)^{1,472} \qquad |V-13|$$

Les formules |V-13| et |V-12| donnent des résultats nettement différents pour des transferts de chaleur élevés.

V-2-3. Méthode de Coles

L'évaluation pratique de cette théorie est donnée par Miles et Hyun Kim[46]. L'invariant est différent de celui des théories précédentes ; il est exprimé par |V-14| :

$$\frac{\rho_0 \mu_s}{\rho_w \mu_w} C_f = \psi \left(\frac{\rho_0 \mu_0}{\rho_w \mu_w} C_f \cdot R_{\delta_2}\right) \qquad |V-14|$$

où s indique la référence à la température T_s donnée par :

$$\frac{T_s}{T_w} = 1 - 17{,}2 \left(1 - \frac{T_{io}}{T_w}\right)\left(\frac{C_{f\,tr}}{2}\right)^{1/2} - 305 \left(\frac{T_{io}}{T_w} - \frac{T_o}{T_w}\right) \frac{C_{f\,tr}}{2} \qquad |V-15|$$

où T_{io} est la température d'arrêt de l'écoulement libre.

$C_{f\,tr}$ est comme précédemment l'équivalent du C_f en incompressible, soit :

$$C_{f\,tr} = \frac{\rho_0 \mu_s}{\rho_w \mu_w} C_f \qquad |V-16|$$

et de même l'équivalent de R_{δ_2} est :

$$R_{\delta_2\,tr} = \frac{\mu_0}{\mu_s} R_{\delta_2} \qquad |V-17|$$

La difficulté dans l'utilisation de la formule |V-14| provient du fait que pour connaître μ_s, il faut déjà connaître $C_{f\ tr}$ puisque ce dernier intervient dans la formule |V-15|. Le calcul n'est possible que par approximations successives.

Les résultats sont tout à fait comparables à ceux de la théorie de Spalding en ce qui concerne l'écart quadratique moyen à la loi de frottement. Les légères différences proviennent surtout dans le choix des données expérimentales de référence.

V-3. APPLICATIONS DES THEORIES A NOS RESULTATS

Nous avons appliqué les différentes théories pour la température de plaque la plus élevée de nos expériences, soit 480°C. Nous utilisons les profils de températures (déjà reportés sur la figure IV-4) et de vitesse au-dessus de la plaque chauffée (figure V-1) pour X = 1,5, 4,5, 9 et 15 cm.

V-3-1. Coefficient de frottement

Nous présentons dans le tableau suivant les C_f obtenus par les diverses méthodes :

C_f \ δ_2	0,0758 cm	0,0868 cm	0,095 cm	0,1037 cm
sans chauffage	$3,9.10^{-3}$	$3,77.10^{-3}$	$3,65.10^{-3}$	$3,55.10^{-3}$
Coles	$2,65.10^{-3}$	$2,54.10^{-3}$	$2,46.10^{-3}$	$2,43.10^{-3}$
Michel (Karman)	$2,77.10^{-3}$	$2,67.10^{-3}$	$2,59.10^{-3}$	$2,55.10^{-3}$
Michel (Prandtl)	$3,07.10^{-3}$	$2,96.10^{-3}$	$2,85.10^{-3}$	$2,78.10^{-3}$
Spalding	$3,33.10^{-3}$	$3,22.10^{-3}$	$3,14.10^{-3}$	$3,07.10^{-3}$

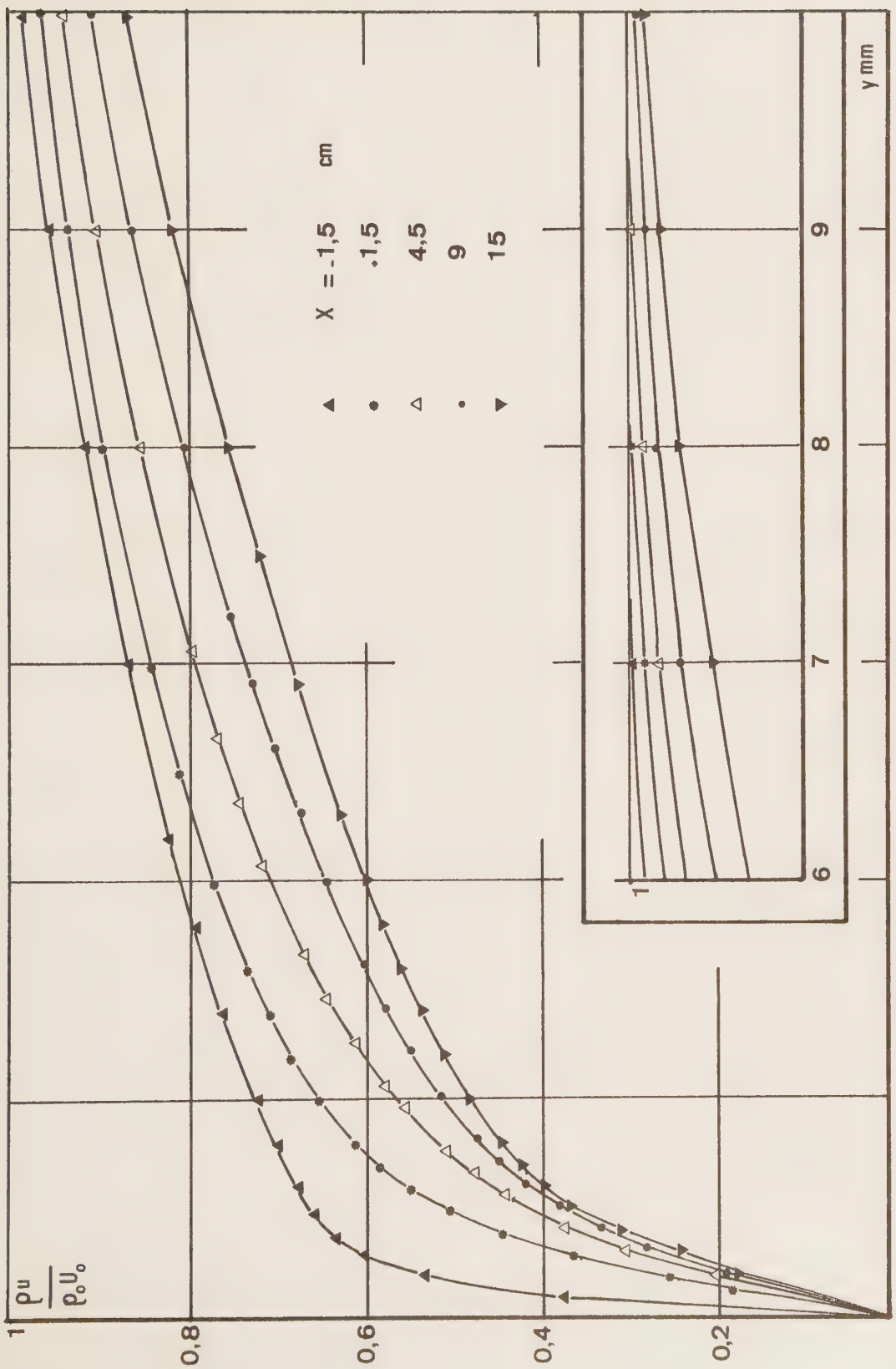


Fig. V-1. - *Répartition de ρu au-dessus de la plaque à 480°C*

(condition ④)

Pour arriver à ces résultats, nous nous servons de la loi de frottement incompressible de Karman-Schoenherr, qui a été utilisée par Coles et Michel

$$C_{f\ tr} = 0{,}0586/\log 2\ R_{\delta_2\ tr}\ (\log 2\ R_{\delta_2\ tr} + 0{,}868) \qquad |V\text{-}18|$$

Avant de discuter ces résultats, il y a lieu d'examiner dans quelle mesure le fait qu'il y ait discontinuité de température est différent du cas où les couches limites thermiques et dynamiques commencent en même temps. Dans la théorie de Coles, seule la température de paroi intervient, dans les théories de Michel et Spalding, l'influence de la discontinuité intervient dans V formule |V-7| et dans f_c formule |V-10| par l'intermédiaire de l'intégrale

$$\int_0^1 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} d\,\frac{u}{U_0}$$

Sur la figure (V-2), nous avons porté $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2}$ en fonction de $\frac{u}{U_0}$ pour les différentes valeurs de X considérées plus haut, l'écart des courbes est faible ; les valeurs de $\int_0^{\frac{u}{U_0}} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} d\,\frac{u}{U_0}$ sont donc fonctions de T_w et n'en sont pas affectés autrement par la présence de la discontinuité (à moins de 1 %) (figure V-3).

Discussion des résultats du tableau

Les résultats les plus voisins sont ceux obtenus par la méthode de Coles et par la méthode de Michel basée sur la longueur de mélange de Karman (écart 4,5 %). La valeur extrême provient de la formule de Spalding, cet écart provient de la puissance de T admise dans la formule |V-13| ; cette puissance est nettement supérieure à celles généralement rencontrées (notamment Van Driest). Nous choisissons les valeurs données par Michel (Karman) ou Coles. Ceci rejoint d'ailleurs les observations de Spalding montrant que les changements de variables, utilisant l'expression de la longueur de mélange de Karman, donnent l'erreur minimum. Ce choix sera justifié par l'étude de la loi de paroi.

V-3-2. Loi de paroi

Nous utilisons les variables sans dimension définies par la formule |V-7| avec $Y = y$ pour la méthode de Michel (Prandtl) et de Spalding et

$Y = \int_0^y \left(\frac{\rho}{\rho_w}\right)^{1/2}$ pour la méthode de Michel (Karman).

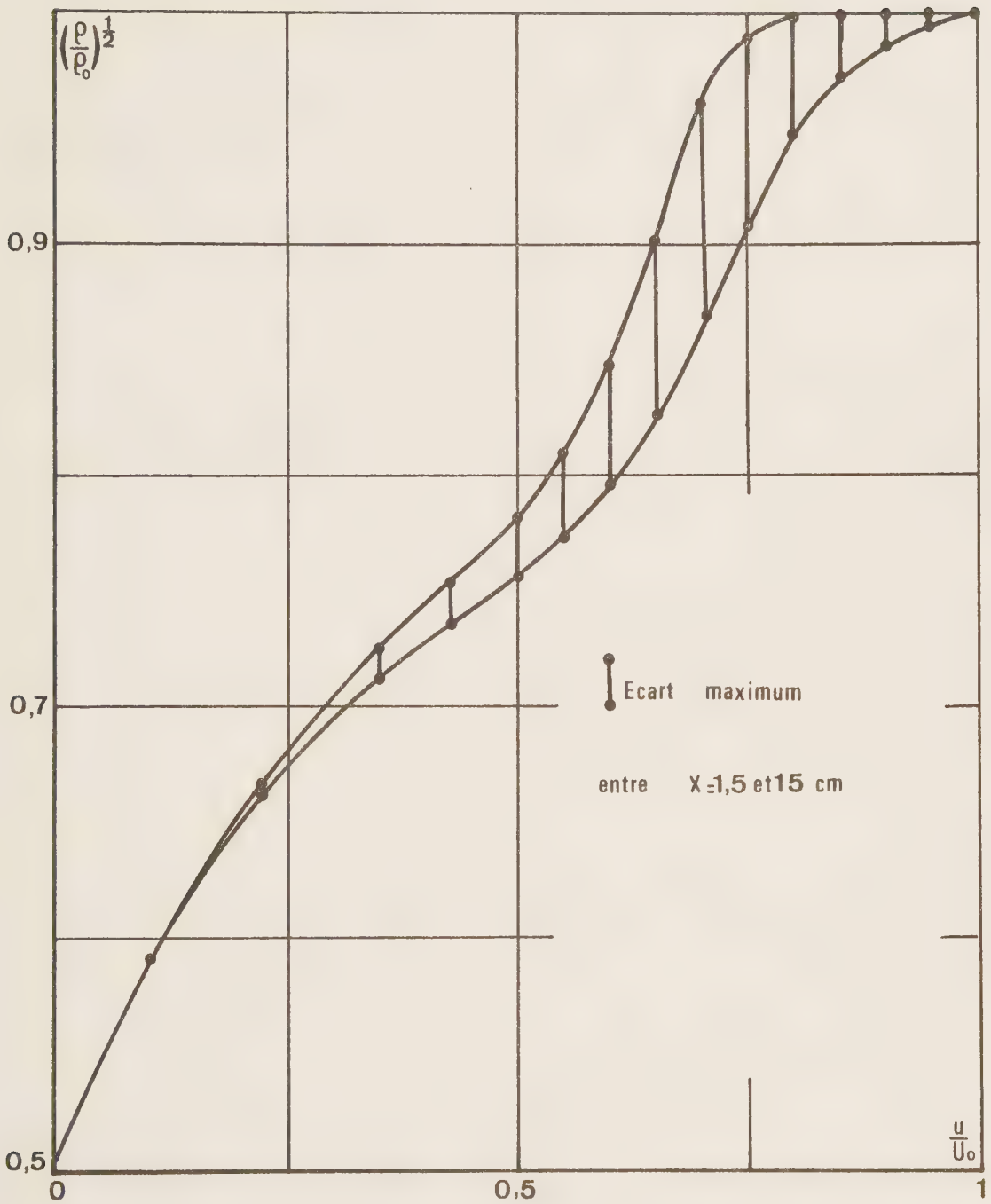


Fig. V-2. - $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2}$ fonction de $\frac{u}{U_0}$

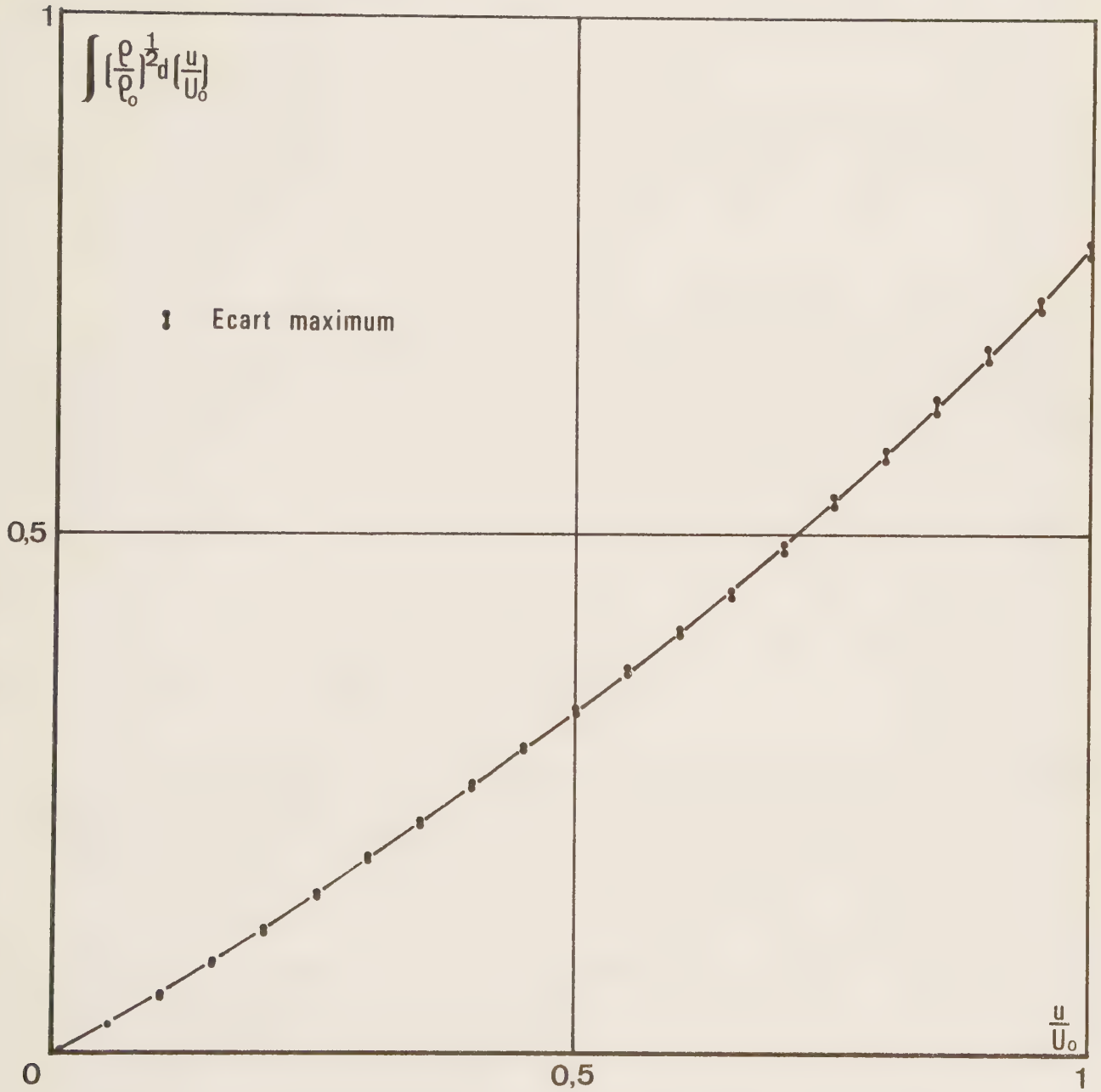


Fig. V-3. - $\int \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} d\,\frac{u}{U_0}$ *fonction de* $\frac{u}{U_0}$

La comparaison des trois méthodes est portée sur la figure V-4 pour une même valeur de X. Nous pouvons voir que l'emploi de l'expression de Karman et le changement de variables correspondant est le plus satisfaisant dans la partie pleinement turbulente. Sur la figure V-5, nous reportons les résultats complets en utilisant cette méthode. Le coefficient de frottement calculé d'après Coles donne le même résultat puisqu'il est voisin de 4 %.

Le changement de variables ne donne pas de bons résultats dans le film laminaire ; ceci est tout à fait normal puisque dans les hypothèses de longueur de mélange, τ est supposé uniquement turbulent et le frottement visqueux négligé. Tout près de la paroi, des changements de variables type laminaire, $Y = \int_0^y \frac{\rho}{\rho_r} dy$, conviendraient mieux.

Dans le cas d'un transfert de chaleur important avec un nombre de Mach très inférieur à l'unité, nous utiliserons un changement de variables basé sur la longueur de mélange d'après Karman, celui-ci nous donne les meilleurs résultats. Nous le préférons à la théorie de Spalding et Chi, bien qu'elle soit préconisée par Komar[47], comme donnant une meilleure précision dans le cas d'une paroi non adiabatique.

V-4. APPLICATION DU CHANGEMENT DE VARIABLES A LA TEMPERATURE

Nous allons reprendre l'analogie de la longueur de mélange dans le cas du transport d'une quantité scalaire. Nous expliciterons la méthode pour la température, mais elle s'appliquera aussi bien dans le cas du transfert de masse.

V-4-1. Analogie de longueur de mélange

L'hypothèse fondamentale est que u' et v' sont du même ordre de grandeur (Hinze[33]) :

$$u' \propto L \frac{du}{dy} \qquad v' \propto - L \left|\frac{du}{dy}\right| \qquad |V\text{-}19|$$

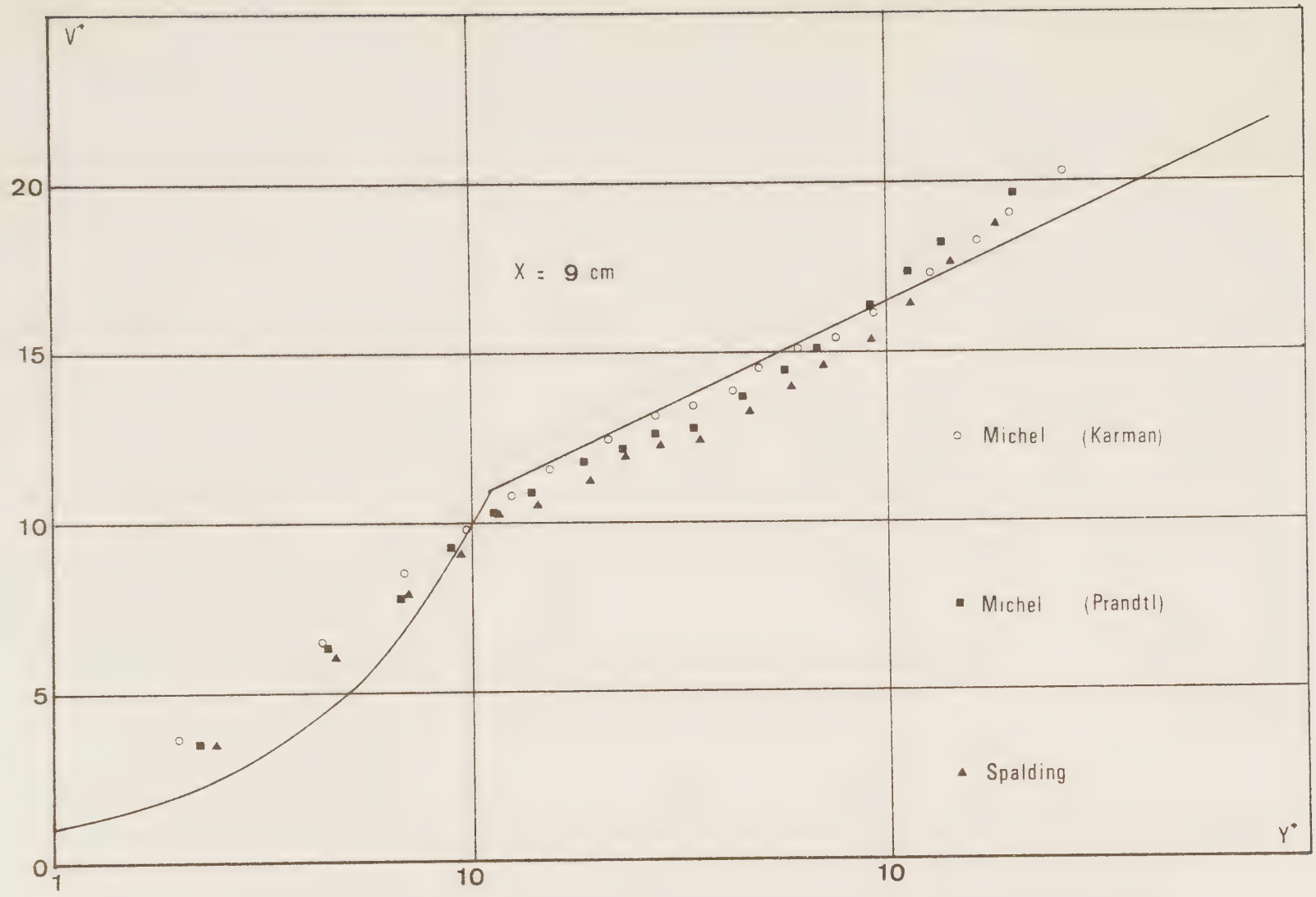


Fig. V-4. - *Comparaison des transformations sur la loi de paroi*

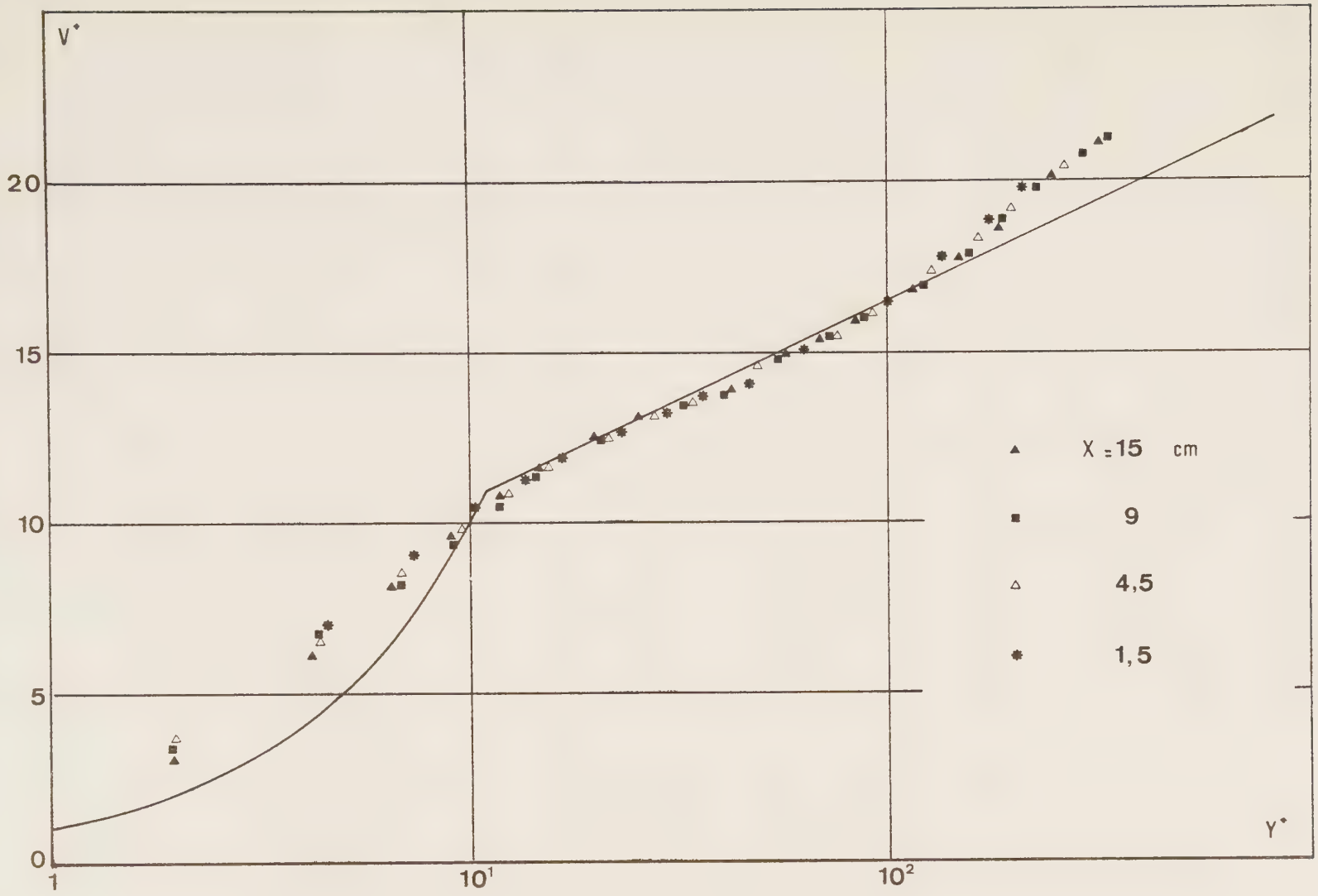


Fig. V-5. - *Loi de paroi en variables transformées*

Ce qui donne pour la diffusivité turbulente, dans le cas du transport de quantité de mouvement :

$$\varepsilon_u = \text{const} \times \overline{L_u^2} \left|\frac{du}{dy}\right| \qquad |V\text{-}20|$$

soit, en posant $\ell_u^2 = \text{const} \times L_u^2$

$$\varepsilon_u = \ell_u^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \qquad |V\text{-}21|$$

en conséquence, on retrouve la formule générale de |V-5| et |V-6| :

$$\tau = \rho\, \ell_u^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \frac{du}{dy} \qquad |V\text{-}22|$$

Dans le cas du transport d'une quantité scalaire Γ, l'expression de la diffusivité turbulente s'écrit :

$$\varepsilon_\gamma = \ell_\gamma^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \qquad |V\text{-}23|$$

ce qui donne, pour l'expression du flux local de la quantité Γ :

$$\phi_\gamma = -\rho\, \ell_\gamma^2 \left|\frac{du}{dy}\right| \frac{d\gamma}{dy} \qquad |V\text{-}24|$$

Nous ferons l'hypothèse de similitude de |V-23| et |V-21|, c'est-à-dire $\ell_u = \ell_\gamma$. Cette hypothèse n'est pas pleinement justifiée bien qu'elle soit très souvent utilisée ; nous verrons plus loin que dans le cas d'une discontinuité, elle semble être en défaut ; toutefois, nous l'utilisons car elle n'intervient sur le changement de variables que d'une manière formelle.

Utilisant l'hypothèse de Karman, nous avons :

$$\phi_\gamma = k^2 \rho \frac{(\partial u/\partial y)^2}{(\partial^2 u/\partial y^2)^2} \left|\frac{\partial u}{\partial y}\right| \frac{\partial \gamma}{\partial y} \qquad |V\text{-}25|$$

La même méthode, pour ramener à l'incompressible, comme au § V-2-1, donne :

$$d\Gamma = \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} dY \qquad |V\text{-}26|$$

soit pour la température

$$d\Theta^* = \left(\frac{\rho}{\rho_r}\right)^{1/2} d\Theta \qquad |V\text{-}27|$$

Nous pouvons intégrer directement cette équation en prenant pour température de référence la température de la paroi. En effet :

$$\frac{\rho}{\rho_w} = \frac{T_w}{T}$$

d'où :

$$\Theta^* = \int_0 \left(1 - \frac{\Theta}{T_w}\right)^{-1/2} d\Theta$$

$$\Theta^* = 2\, T_w \left[1 - \left(1 - \frac{\Theta}{T_w}\right)^{1/2}\right] \qquad |V\text{-}28|$$

Nous obtenons la variable transformée Θ^* équivalente à V (formule |V-7|). Etant donné la dépendance directe de ρ et Θ, nous pouvons intégrer directement. Dans le cas de la vitesse ou de la concentration, l'intégrale sera faite numériquement directement à partir des résultats expérimentaux.

V-4-2. Applications

A partir des variables transformées, nous allons calculer le nombre de Stanton transformé pour une température de paroi de 480°C. Ensuite, nous reviendrons au nombre de Stanton réel et nous comparerons aux résultats expérimentaux.

$$\Delta_{tr} = \int_0^1 \frac{V}{V_0} \left(1 - \frac{\Theta^*}{\Theta_0^*}\right) dY \qquad |V\text{-}29|$$

est la valeur transformée de

$$\Delta = \int_0^1 \frac{\rho u}{\rho_0 U_0} \left(1 - \frac{u}{U_0}\right) dy \qquad |V\text{-}30|$$

nous avons comme hypothèse :

$$\int_0^X St_{tr}\, dX = \Delta_{tr} = \frac{h}{\rho_w C_p V_0} \qquad |V\text{-}31|$$

(C_p varie très peu avec la température).

Comme $St = \frac{h}{\rho_0 C_p U_0}$, nous tirons de |V-31| :

$$St = St_{tr} \frac{V_0}{U_0} \frac{\rho_w}{\rho_0} \qquad |V\text{-}32|$$

Ce calcul rejoint celui effectué par Kelnhofer[48] en restant appuyé sur des données expérimentales. Cet auteur admet tout d'abord que les épaisseurs des couches limites de vitesse et de température sont très voisines. Il suppose ensuite que la loi en $\left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/n}$ reste valable même à température élevée ; ceci est certainement inexact puisque l'épaisseur de la couche limite turbulente varie peu alors que la pente à la paroi est très diminuée par la croissance de la température.

Expérimentalement, nous ne calculons pas St mais $\int_0^X St\, dX$ le long de la plaque chauffée. La température de paroi étant constante de la formule |V-32|, nous déduisons :

$$\int_0^X St\, dX = \frac{V_0}{U_0} \frac{\rho_w}{\rho_0} \int_0^X St_{tr}\, dX \qquad |V\text{-}33|$$

et par suite :

$$\int_0^X St\, dx = \Delta_{tr} \frac{V_0}{U_0} \frac{\rho_w}{\rho_0} \qquad |V\text{-}34|$$

Dans le tableau ci-dessous, nous portons les valeurs expérimentales de St, les valeurs de St_{tr} et les valeurs de St déduites par la formule |V-34| en fonction de X

X_{cm}	1,5	3	4,5	6	9	12	15
$\int_0^X St_{tr}\, dX\ (.10^{-3})$	18,3	29,4	38,7	49	60,09	76,1	89,4
$\int_0^X St\, dX\ (.10^{-3})$	8,8	14	18,55	23,5	30,1	36,5	43
$\int_0^X St_{exp.} dX(.10^{-3})$	9,8	15,7	20,1	24,5	31,6	37,2	44,2

Les valeurs de St sont un peu inférieures aux valeurs de St expérimentales, toutefois, nous pouvons admettre que le changement de variable donne des résultats satisfaisants.

Nous ne proposons pas pour le moment de changement de variable pour X, distance à l'origine de la discontinuité. Il est en effet nécessaire, auparavant, de connaître l'influence de cette distance sur les paramètres de la couche limite thermique. Ce problème sera traité dans le chapitre sur l'interprétation des résultats.

V-5. CONCLUSION

Dans la transformation ramenant en incompressible, les variables vitesse et frottement, seule la température de paroi intervient. Le changement de variables basé sur la longueur de mélange d'après la formule de Karman nous donne les meilleurs résultats.

Nous reportons ci-dessous les variables transformées V, θ^* et Y :

$$V = \int_0^u \left(\frac{\rho}{\rho_w}\right)^{1/2} du$$

$$\Theta^* = 2\, T_w \left[1 - \left(1 - \frac{\Theta}{T_w}\right)^{1/2}\right] \qquad |V\text{-}35|$$

$$Y = \int_0^y \left(\frac{\rho}{\rho_w}\right)^{1/2} dy$$

Nous reportons ci-dessous la liste des principaux auteurs ayant utilisé une transformation basée sur la formule de Karman :

Frankl et Voishel (1937)[49]

Wilson (1950)[50]

Rubesin, Maydew et Varga (1951)[51]

Van Driest (1955)[52]

Deissler et Loeffler (1959)[53]

Spalding et Chi (1963)[44]

Michel, Quemard et Elena (1968)[43]

La méthode de Coles donne des résultats très voisins mais est plus adaptée aux écoulements supersoniques adiabatiques.

Chapitre VI

Mesures des fluctuations au Thermo-anémomètre

VI-1. INTRODUCTION

Les premiers résultats concernant les diffusivités trouvées par la mesure des valeurs moyennes des différents paramètres[3][4] nous ont amenés à la mise au point d'un dispositif pour l'étude statistique du phénomène. L'emploi d'une chaine anémométrique classique à fil chaud permettrait théoriquement de mesurer des fluctuations de vitesse, de température et de concentration, mais étant donné la présence des 3 gradients simultanés, il y aurait des difficultés quant au découplage des paramètres.

Les mesures de fluctuations de vitesse sont largement répandues et bien connues depuis Klebanoff[59]. Elles découlent de l'utilisation de l'anémomètre à courant constant, puis plus récemment, à température constante. Les mesures de fluctuations de température sont beaucoup moins répandues et plus récentes : Johnson[14], Tanimoto et Hanratty[18], Favre et autres[60], Maye[61], Ibragimov et autres[54] et Blom[20] utilisent tous un thermomètre à résistance à faible dissipation d'énergie de façon à être pratiquement insensibles à la vitesse. Les sondes sont des fils de quelques microns ou des quartz recouverts de platine.

Les mesures de fluctuations de concentration dans les gaz sont peu répandues. Corrsin[70][71] a mis au point une méthode anémométrique, en 1947, valable pour un écoulement isotherme. Sutton[62] a récemment étudié une méthode optique dont l'application est plutôt prévue pour la turbulence atmosphérique.

Dans les liquides, ces mesures sont un peu plus répandues, elles utilisent des méthodes électrochimiques. Konopik et Fahien[63] ont mesuré les fluctuations de concentration d'une solution saline ; Hanratty[64] a réalisé un dispositif d'électrodes pour déterminer les fluctuations de transfert de masse.

Nous avons mis au point une méthode[5] valable dans le cas de variation simultanée de vitesse, température et concentration. C'est une extension du "Thermo-anémomètre CALVET" développé à l'E.N.S.A.E.-C.E.R.T.

VI-2. LE THERMO-ANEMOMETRE

VI-2-1. Principe

Il est issu de la thèse de Calvet[65], nous en rappelons simplement les grandes lignes car les détails sont donnés dans[66]. Le capteur, de matériau et de résistance classique, au lieu d'être à une température d'équilibre est en déséquilibre périodique, car il est alimenté par un train de deux impulsions appliquées pendant un court instant aux bornes d'un pont de Wheastone, le pont n'est déséquilibré que lorsque les impulsions sont présentes.

Le diagramme de fonctionnement du capteur est présenté sur la figure VI-1. La première impulsion sert d'une part au fonctionnement du thermomètre et d'autre part à échauffer le capteur de la température du fluide Θ_0 à $\Theta_{max.}$. La seconde impulsion sert uniquement de thermomètre et donne la température du fil Θ_r au cours du refroidissement après le retard r.

a) Fonctionnement du thermomètre : La durée de la première impulsion t_1-t_0 est telle (50 µs environ) que l'échauffement du capteur $\Theta_{max}-\Theta_0$ ne dépend que de la tension appliquée au pont et de t_1-t_0. Nous pouvons admettre et cela est vérifié expérimentalement que la dissipation n'intervient pas pendant le temps de chauffage. Ainsi le déséquilibre du pont au temps t_1 ne dépend que de Θ_0, E, t_1-t_0 et du coefficient de température de la résistance. Les trois derniers paramètres étant fixes, la tension de sortie ne dépend que de Θ_0, donc nous avons le fonctionnement en thermomètre sur la sortie (2) .

La tension E est de quelques volts suivant la nature et le diamètre du fil de façon à avoir une élévation de température de 100 à 200°C. Le temps de mesure est t_1-t_0.

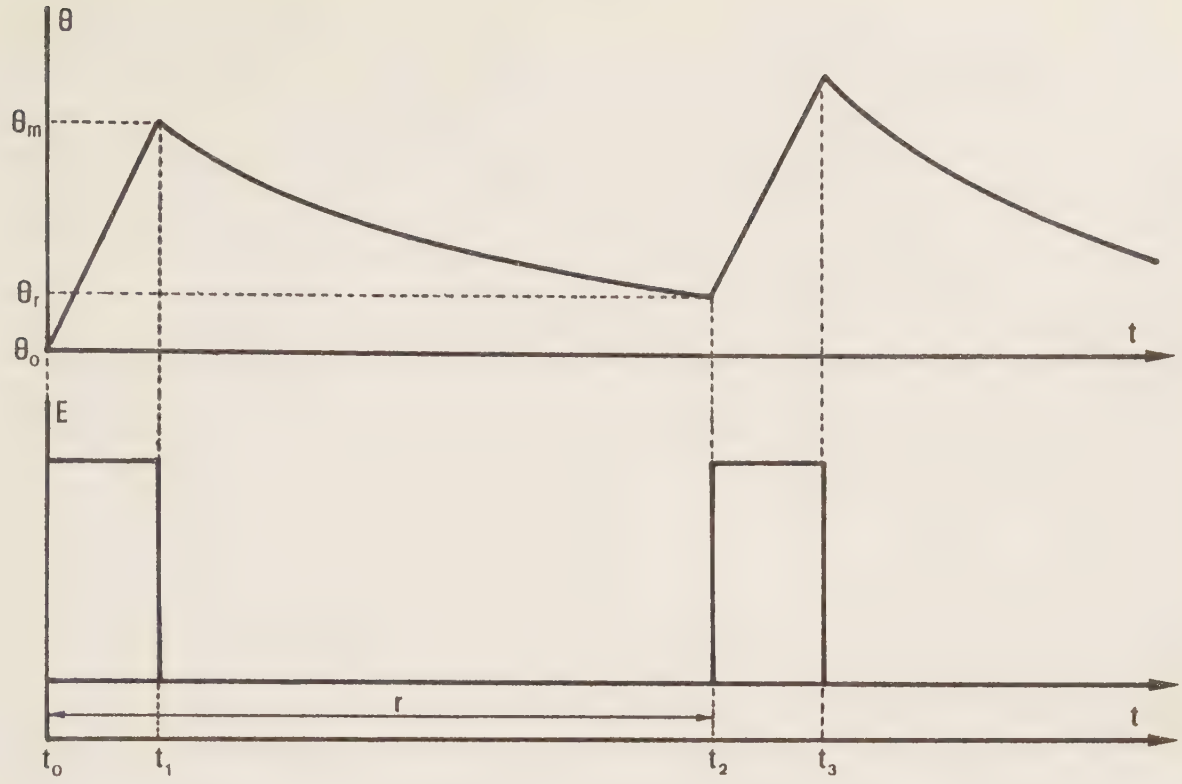


Fig. VI-1. - *Diagramme de fonctionnement du capteur*

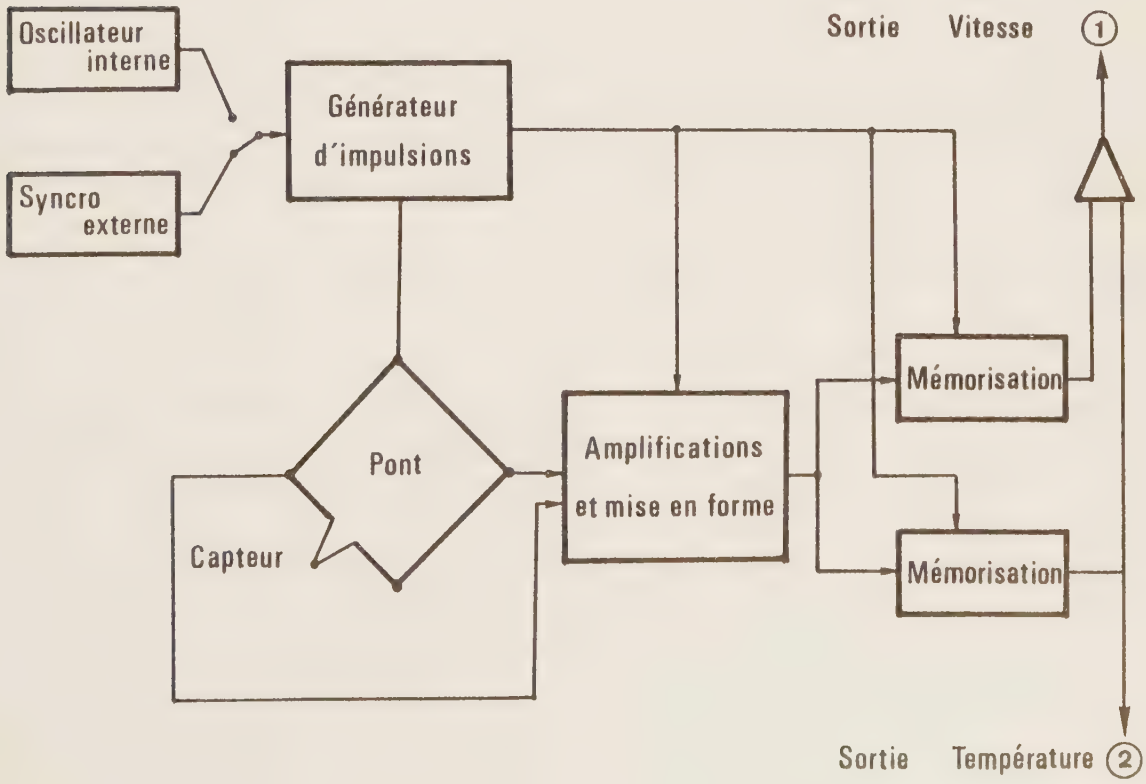


Fig. VI-2. - *Disposition électronique générale*

b) Fonctionnement de l'anémomètre : Le fil à la température $\theta_{max.}$ et laissé libre dans l'écoulement se refroidit suivant une loi exponentielle ne dépendant que du coefficient de convection α_h. α_h est lié à la vitesse, comme en anémométrie classique, par l'intermédiaire de la loi de King ou d'une loi tendant à s'y rapprocher. Au temps t_2, le fil s'est refroidi à la température θ_r qui est mesurée par la deuxième impulsion.

L'indication $\theta_r - \theta_0$ ne dépend que de la vitesse si la température du gaz est constante pendant le temps r, cette indication apparait sur la sortie (1) anémométrique. Le retard est choisi de façon à avoir la meilleure sensibilité, ce qui correspond à r égal à la constante de refroidissement.

VI-2-2. Réalisation

La construction et la mise au point des prototypes du thermo-anémomètre a été assurée par l'E.N.S.A.E.-C.E.R.T. Nous reportons sur la figure VI-2, le diagramme tiré de[66] montrant la disposition électronique générale.

Le train d'impulsions peut fonctionner sur un oscillateur interne, ou être synchronisé à l'extérieur dans une chaine d'acquisition de données. Les sorties vitesse et température sont mémorisées aussitôt après le train d'impulsions, nous obtenons ainsi un échantillonnage de vitesse et de température à la fréquence du train d'impulsions. La fréquence d'échantillonnage maximum théoriquement admise est limitée par le temps de retour à l'équilibre du fil, nous discuterons au paragraphe VI-4 de la possibilité de l'utilisation en écoulement turbulent.

Le découplage température vitesse peut être obtenu d'une façon quasi totale électroniquement.

Fabrication des sondes : L'appareil peut utiliser des sondes Disa commerciales en tungstène de 5 microns. Pour nos applications, nous avons fabriqué nous-mêmes des sondes en wollaston brasées à l'extrémité d'aiguilles n° 10, la brasure est du "Castosil" supportant une température de 500°C, les fils sont décapés à l'acide nitrique après leur montage sur le porte-sonde, la forme définitive de la sonde s'apparente à celles de l'I.M.T.S. (Marcillat[67]).

VI-2-3. Etalonnages en vitesse et en température

Les étalonnages ont été effectuées avec des fils de 5 microns en tungstène ou avec des fils de 4 microns en platine (wollaston), les résultats sont pratiquement identiques avec une impulsion rectangulaire de 4 volts pour le tungstène et 3 volts pour le platine, la durée étant 50 µs dans les deux cas.

a) Vitesse : Nous portons sur la figure VI-3 les résultats obtenus sur la sortie vitesse entre 0 et 30 m/s pour différents retards. Cet étalonnage a été effectué directement dans la veine de la soufflerie, la sonde étant placée dans l'écoulement libre au voisinage du pitot de référence.

Interchangeabilité des sondes : Sur la figure VI-4, nous présentons les résultats obtenus pour deux sondes différentes (platine et tungstène). La tension de sortie est exprimée sous une forme sans dimensions $E(u)/E(30\ m/s)$; cette méthode présente l'avantage de pouvoir comparer des courbes provenant de sondes légèrement différentes. Nous voyons que, pour un même retard, la courbure est la même.

Linéarisation : Afin de faciliter l'exploitation des résultats, nous avons adapté à la sortie vitesse (1) une chaine de linéarisation à diodes, construite suivant les travaux de Hussenot et Baudoin[68] en tenant compte toutefois de la résistance interne des diodes. Pour un même retard, il suffit de jouer sur la tension de polarisation afin d'adapter une nouvelle sonde. En sortie, la tension est ramenée à un niveau constant, quelle que soit la sonde, par pont diviseur. Une vérification expérimentale de la linéarisation est présentée sur la figure VI-5 ; $\sqrt{p/p_0}$ représente la vitesse déduite par le tube de Pitot (p_0 étant la pression correspondant à 29 m/s).

La figure VI-6 est une transposition de la figure VI-3 ; on y utilise des variables sans dimensions. La figure VI-7 donne les résultats théoriques correspondant, obtenus en utilisant la loi de King (voir annexe II).

b) Température : La réponse en température est celle d'un thermomètre à résistance classique ; mais notre thermomètre présente l'avantage de pouvoir appliquer au pont une tension élevée, puisqu'il n'y a pas de dissipation. Dans ces conditions, le niveau de la tension de sortie est beaucoup plus important pour un même gain de l'amplificateur, ce qui permet de multiplier le rapport signal sur bruit environ par 10.

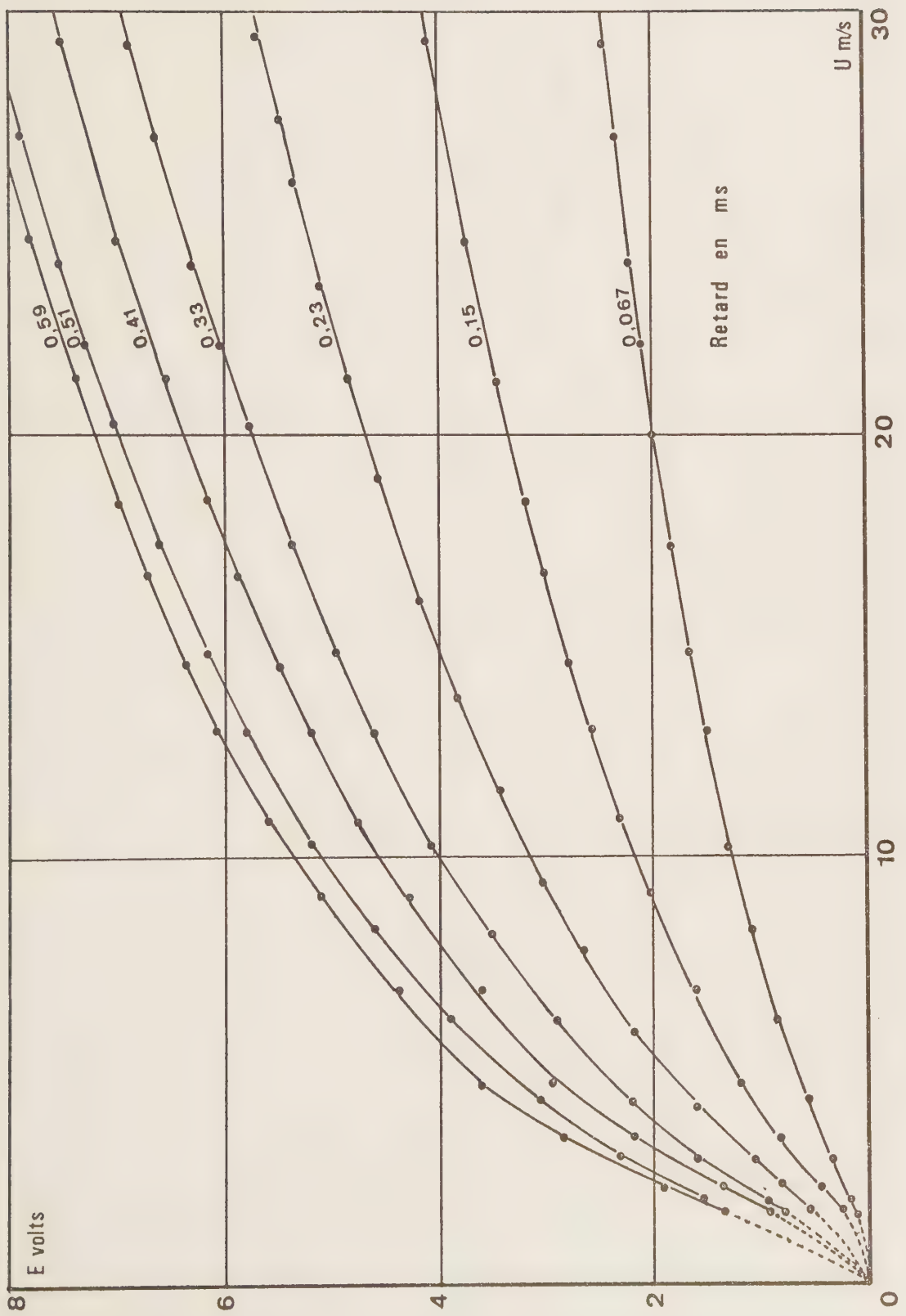


Fig. VI-3. - *Etalonnage en vitesse pour différents retards*

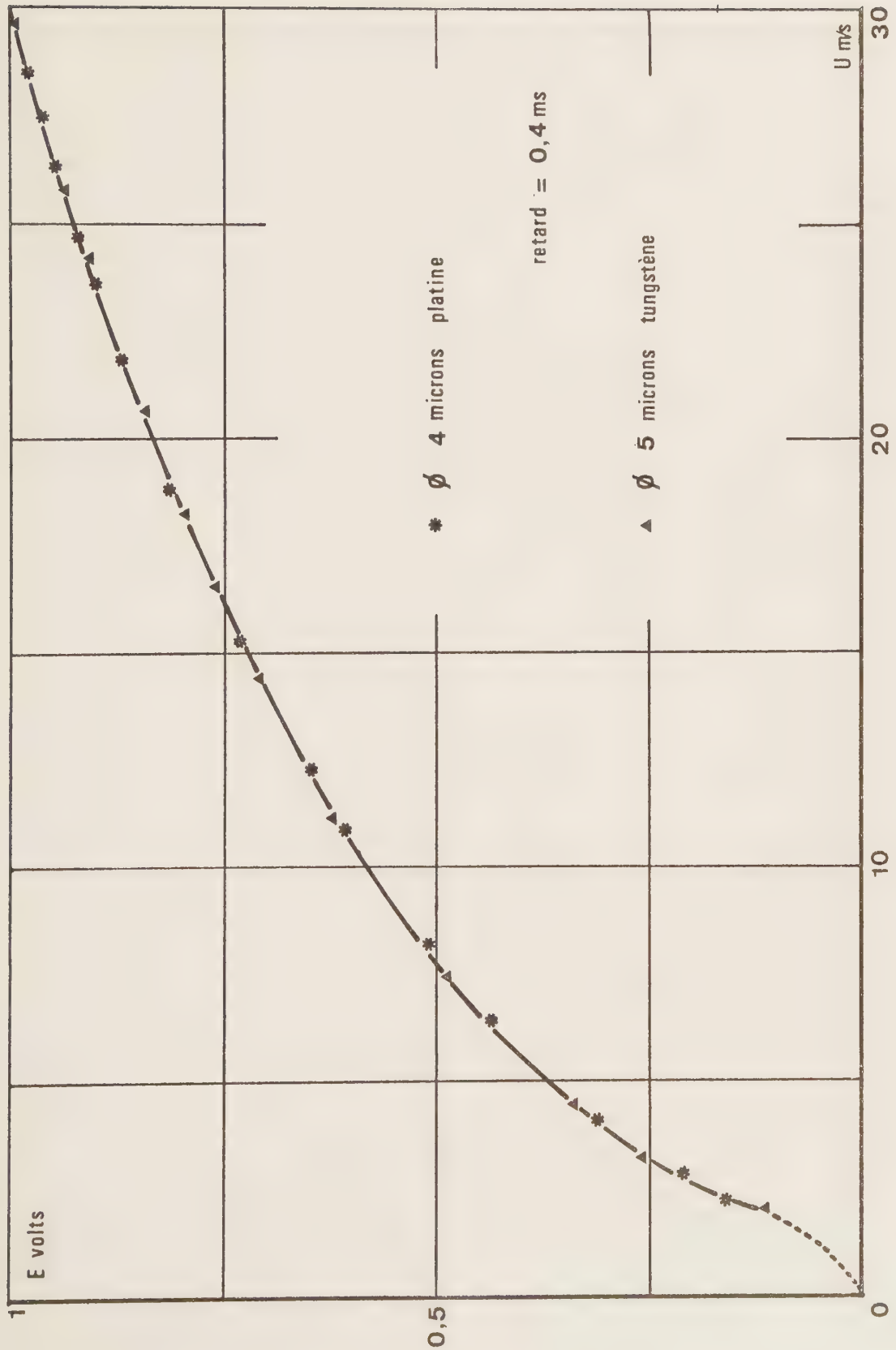


Fig. VI-4. - *Etalonnage en vitesse sans dimensions*

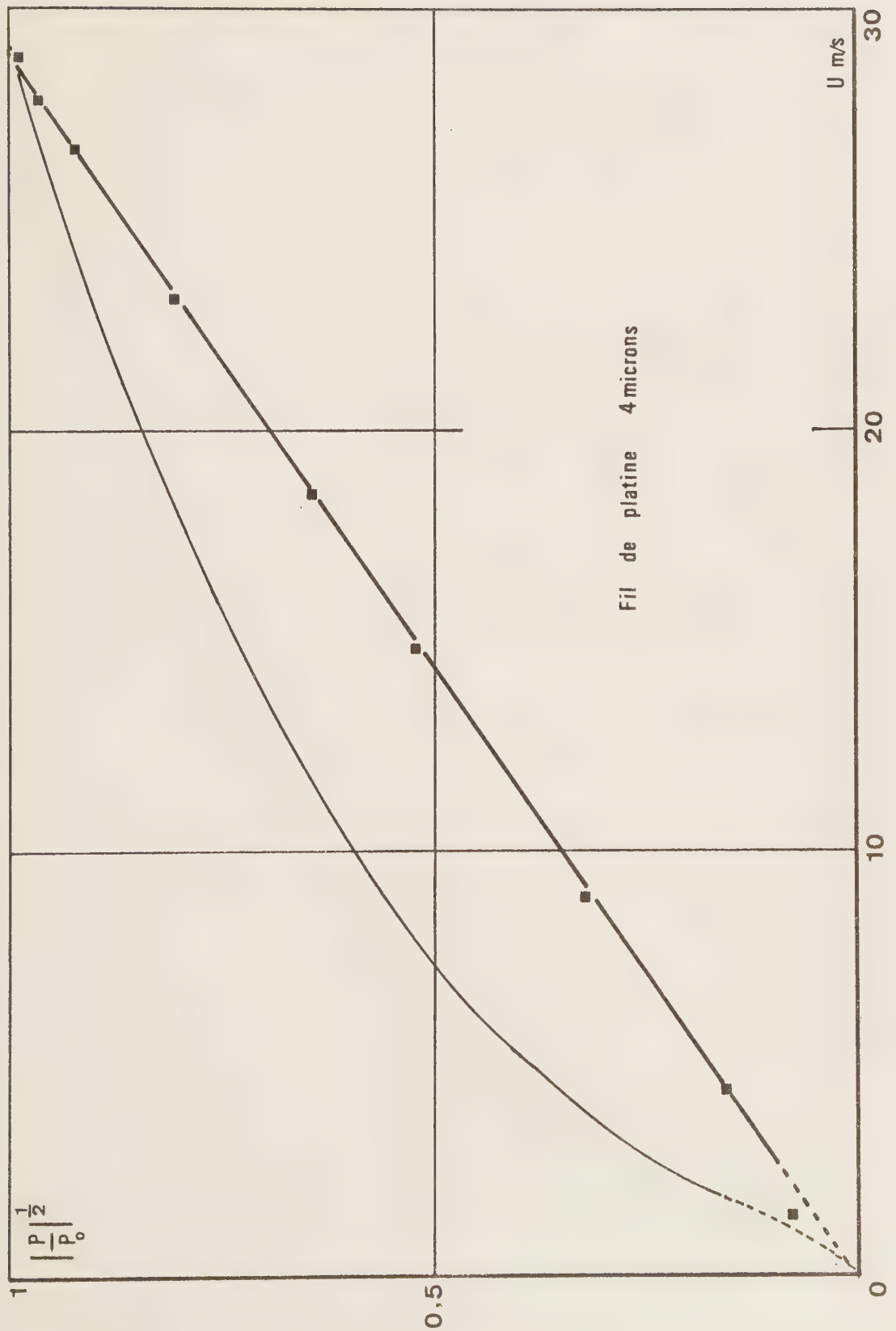


Fig. VI-5. - *Vérification du linéariseur*

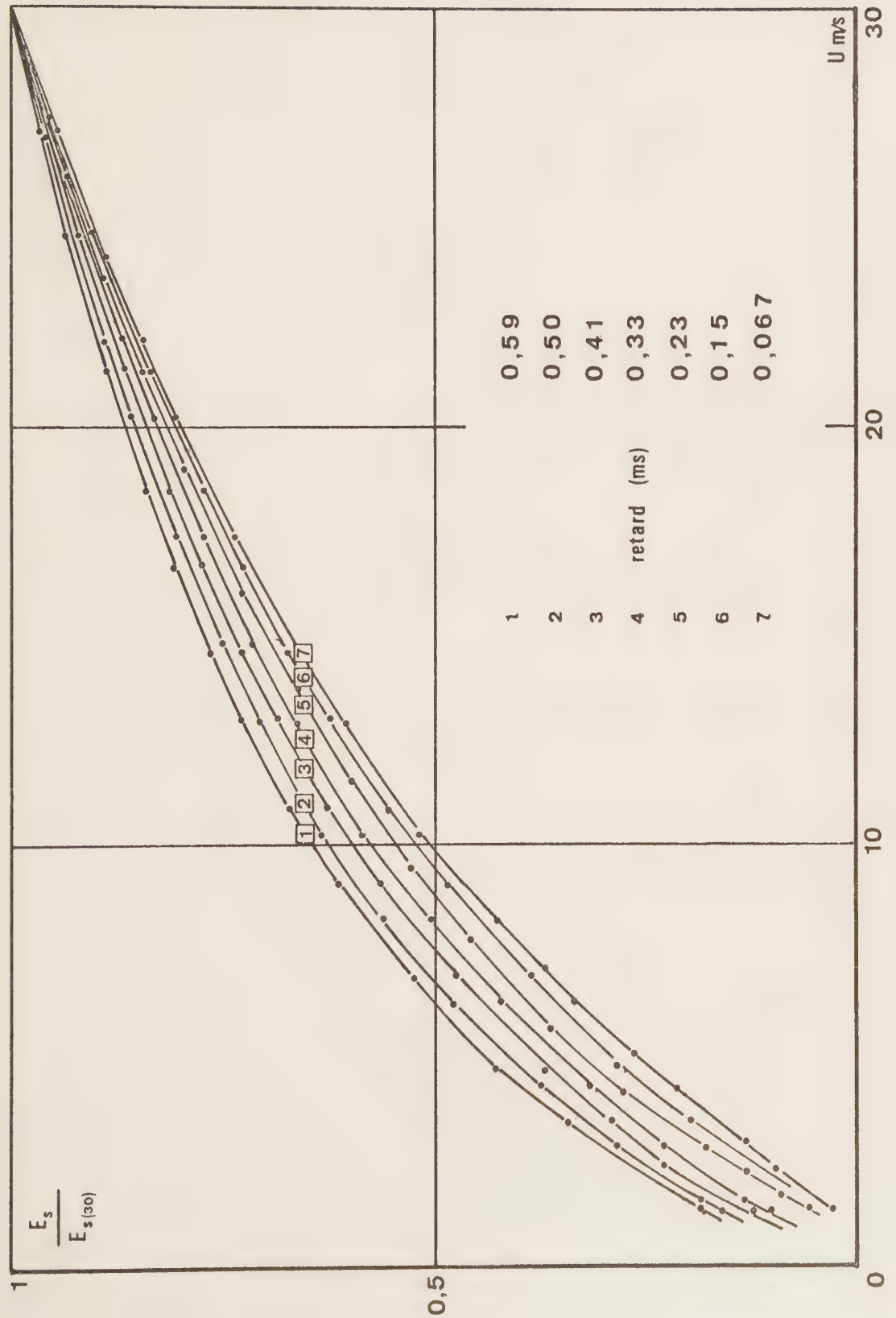


Fig. VI-6. - *Influence du retard (expérimental)*

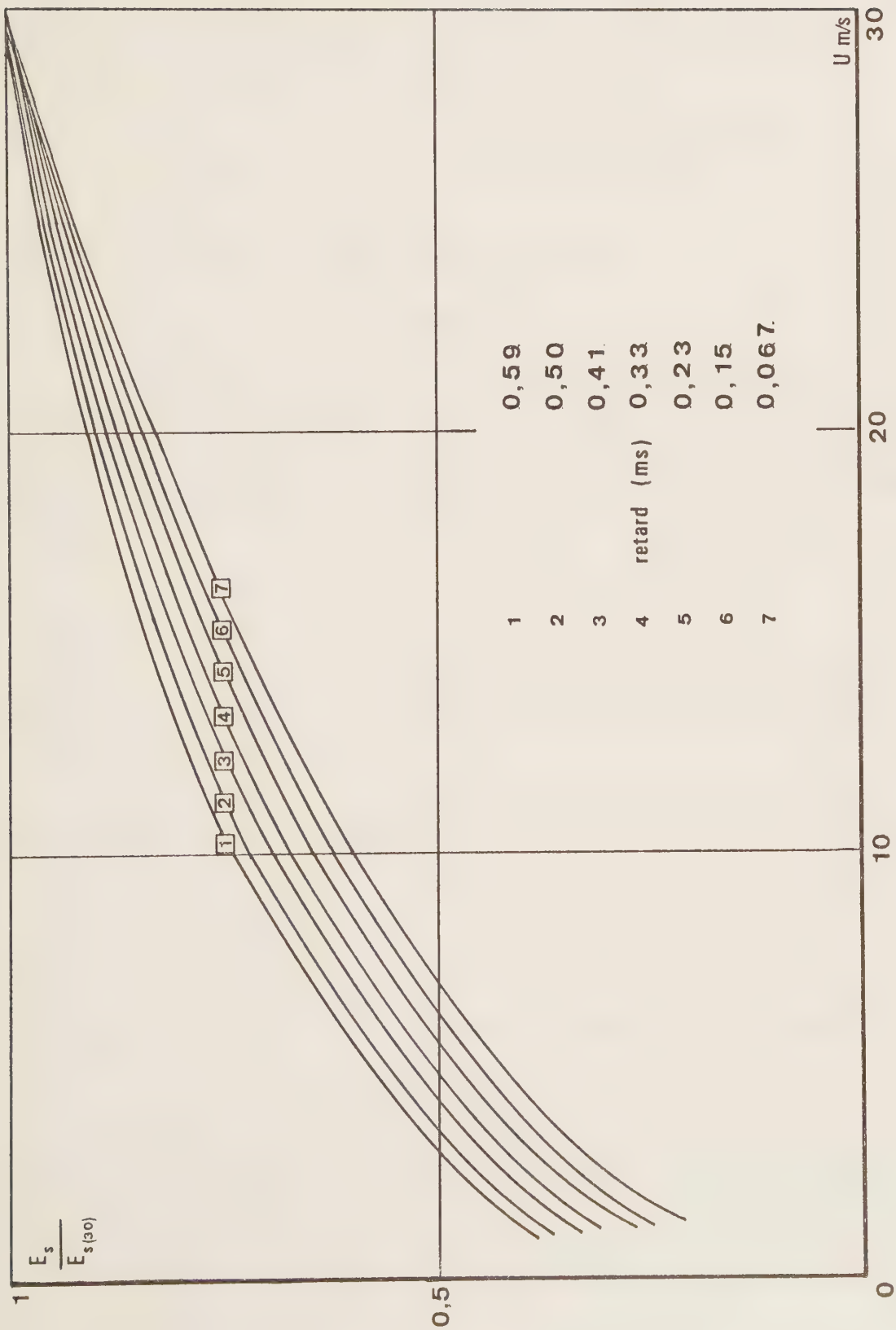


Fig. VI-7. - *Influence du retard (théorique)*

La figure VI-8 représente les étalonnages d'une sonde de 5 Ω et d'une sonde de 8 Ω (platine), la réponse est presque linéaire ; nous pouvons considérer qu'elle l'est parfaitement sur un intervalle de 50°C. Nous avons vérifié, en plaçant les sondes dans la veine (figure VI-9) la parfaite indépendance de la réponse en température avec la vitesse (même pente).

VI-3. MESURES DES CONCENTRATIONS

VI-3-1. Principe général

a) Effet catharomètre : Dans un écoulement gazeux quelconque, la température prise par un fil fin chauffé électriquement dépend de la vitesse, de la température et de la composition du fluide. Ces divers paramètres agissent par l'intermédiaire de la loi de King qui donne, après insertion des coefficients sans dimensions (Hinze[33], loi de Kramers)

$$\alpha_h = \frac{k_f}{d} \left(0{,}42\ Pr_f^{0,20} + 0{,}57\ Pr_f^{0,33} \cdot Re_f^{0,50}\right) \qquad |VI\text{-}1|$$

(l'indice f signifie la référence température de film, intermédiaire entre la paroi et le gaz).

La quantité de chaleur transférée par unité de temps au gaz ambiant par un fil de longueur ℓ, de température Θ_w est :

$$\Delta Q = \alpha_h\ \pi d \ell\ (\Theta_w - \Theta_g) \qquad |VI\text{-}2|$$

(en fait Θ_w est l'écart de température par rapport à l'écoulement libre).

Il est possible en principe de mesurer la concentration en raison de la dépendance de ρ_f, μ_f et k_f avec la nature du gaz. Corrsin[71] a utilisé cette méthode pour des mesures simultanées de concentration et de vitesse (écoulement isotherme). Cet auteur utilise le même fil à des températures différentes ou des fils de diamètres différents, ce qui pose des problèmes quant à l'inertie thermique. Corrsin ne propose pas de solution lorsque l'écoulement n'est pas isotherme.

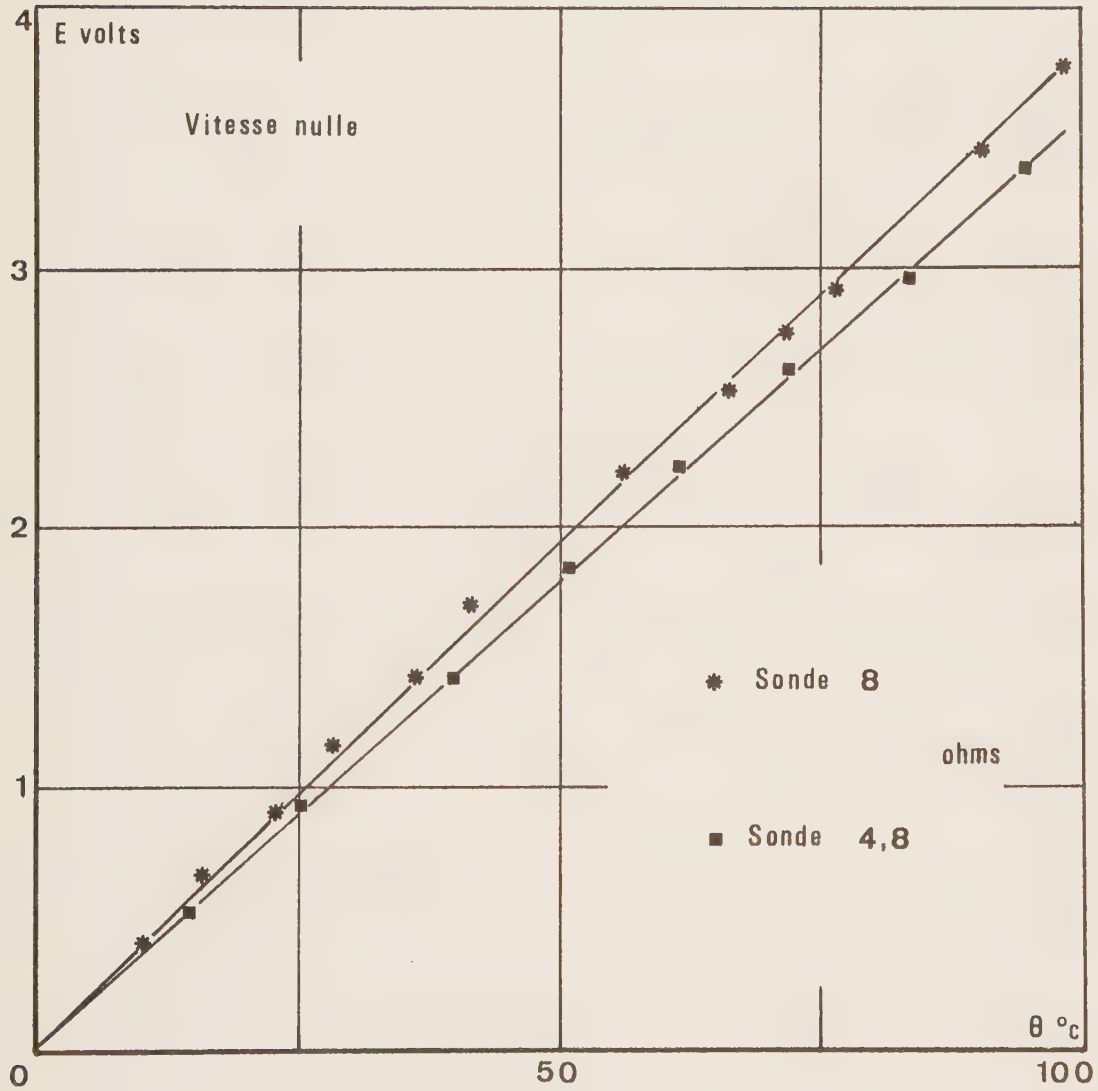


Fig. VI-8. - *Etalonnage en température*

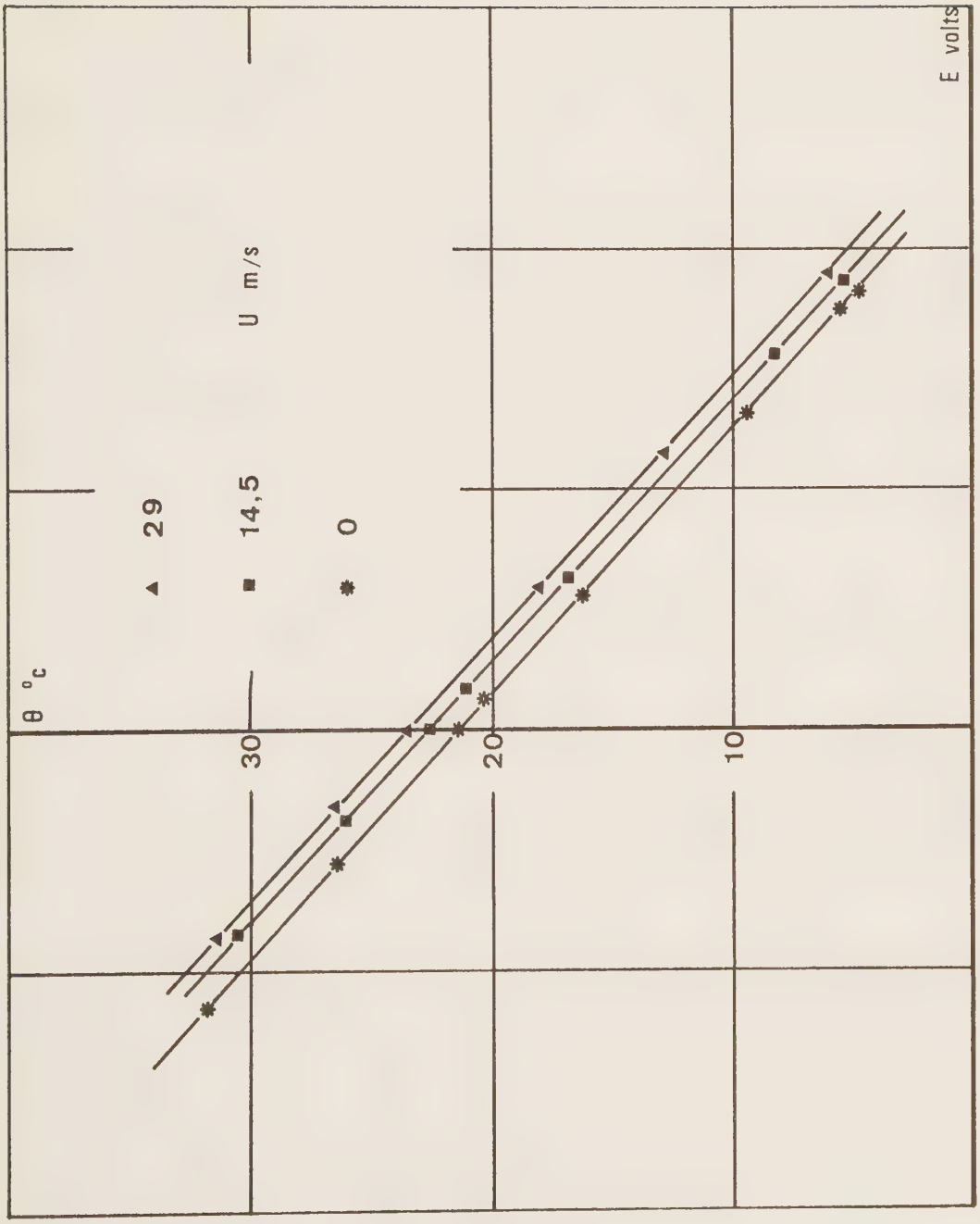


Fig. VI-9. - *Vérification du découplage température vitesse*

Pour des gaz tels que l'hélium et l'hydrogène mélangés à l'air, la conductivité varie de façon appréciable : c'est l'effet "Catharomètre". La méthode de Corrsin peut donner des résultats intéressants pour des concentrations supérieures à 10 %. Au-dessous, l'effet catharomètre est trop faible vis à vis des instabilités et des bruits de fond.

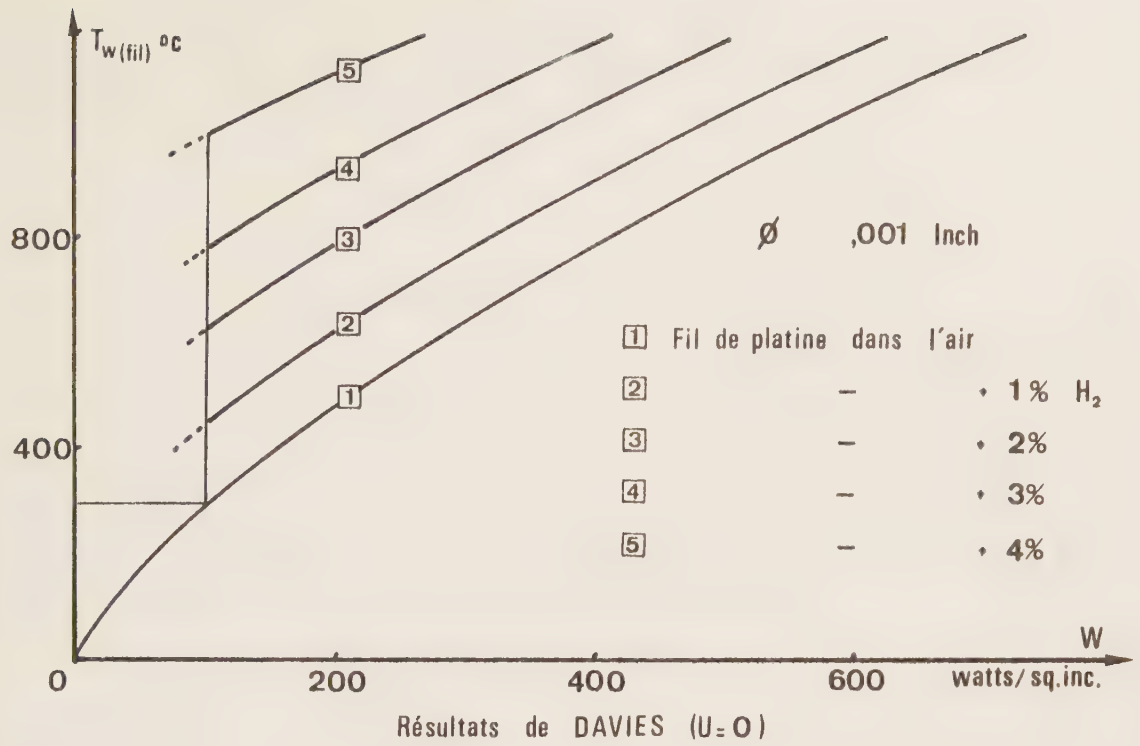
b) Effet catalytique : Pour de faibles concentrations en gaz combustibles (Hydrogène ou hydrocarbures), notre méthode met en oeuvre les propriétés catalytiques du platine. Le principe est le suivant :

Un fil de platine chauffé au-dessus de 250°C catalyse la combustion de l'hydrogène dans l'air d'une manière stable, la température du fil s'élève d'un écart $\Delta\theta_c$ qui dépend de la concentration. Nous savons d'après les études de Davies[32] que $\Delta\theta_c$ ne dépend pas du niveau de température auquel s'effectue la catalyse à condition d'être au-dessus de la température critique d'amorçage. En utilisant un fil de wollaston de quelques microns, le temps de réponse est compatible avec les études de turbulence compte tenu du fait que le coefficient de diffusion de l'hydrogène est très grand.

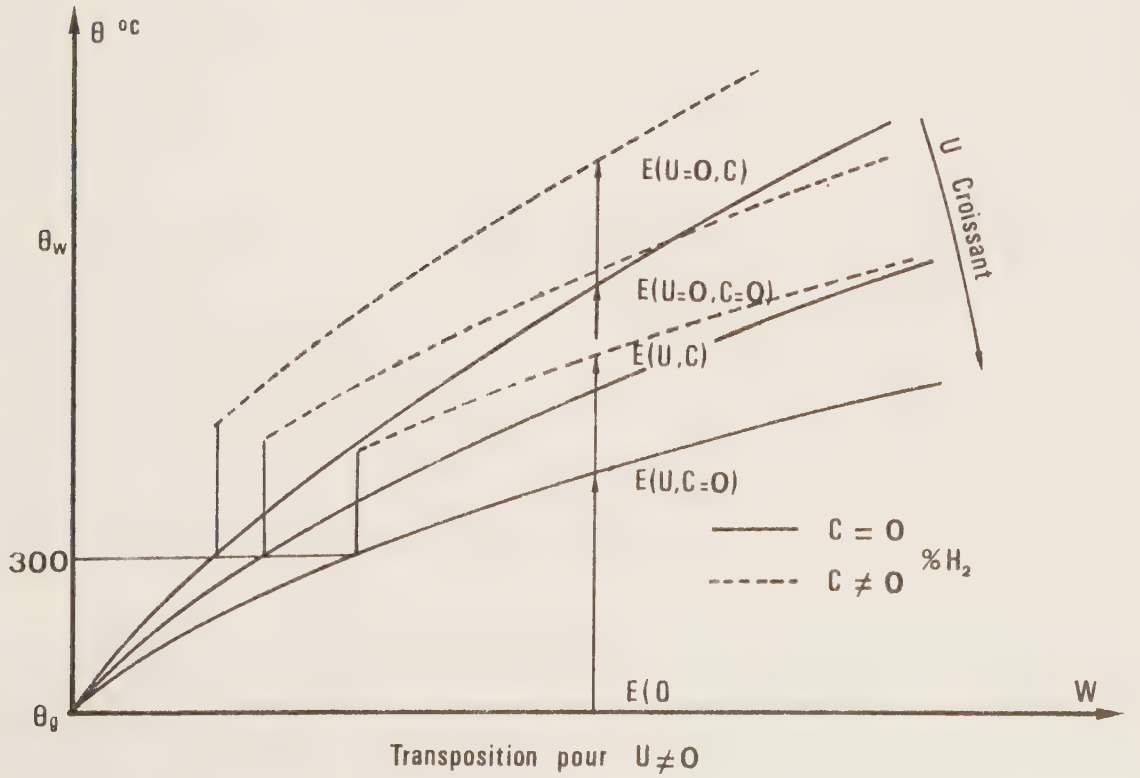
VI-3-2. Association du thermoanémomètre et de l'effet catalytique

Avec un anémomètre classique, pour pouvoir avoir instantanément trois relations fonctions de la vitesse, de la température et de la concentration, il faudrait utiliser 3 voies de mesure et une sonde à trois capteurs dont l'un serait en platine, outre les difficultés technologiques rencontrées dans la construction des capteurs, il y aurait les difficultés de découplage.

Avec le thermo-anémomètre, nous utilisons deux voies de mesure et une sonde double. Sur la deuxième voie de mesure, nous superposons une tension continue, qui amorce la catalyse, au train d'impulsions qui mesure la température. On obtient ainsi une température sortie ③ qui dépend de la température θ_g du gaz, de la quantité d'hydrogène et de la vitesse, soit $E(u,\theta,C)$. Sur la première voie, sorties ① et ② , on obtient vitesse et température comme cela a été expliqué au paragraphe VI-2-1, il est donc possible de déduire la concentration. Ce mode de fonctionnement est précisé sur la figure VI-10, en haut le diagramme de Davies et en bas, ce diagramme transposé dans un écoulement à vitesse et concentration variable pour une température θ_g. Après amorce de la catalyse, la température du fil augmente d'une



Résultats de DAVIES (U = O)



Transposition pour U ≠ O

Fig. VI-10. - *Diagramme de fonctionnement théorique du deuxième fil d'après Davies*

valeur constante indépendante de la puissance électrique. La concentration maximum mesurable est atteinte lorsque la température du fil dépasse 1000°C environ, ce qui correspond à 4 à 5 % à vitesse nulle.

VI-3-3. Chaine automatique de mesures

Le thermo-anémomètre à deux voies (photo VI-1) est inséré dans une chaine d'acquisition de données comme cela est schématisé sur la figure VI-11. Une calculatrice, Programma 101 Olivetti, est utilisée en temps réel pour l'acquisition des mesures statistiques. Elle sert de pilote à la chaine de mesures. Nous avons construit un sélecteur de voies qui, d'une part, commute les différentes sorties sur le voltmètre, et d'autre part, déclenche le train d'impulsions après l'ordre de fin de calcul. La photo VI-2 montre l'ensemble du dispositif.

Le fonctionnement du cycle est le suivant : En fin de calcul, une dent de scie déclenche le train d'impulsions qui effectue les mesures. La première sortie est alors commutée à un voltmètre digital A.O.I.P. par l'intermédiaire du sélecteur de voies. Ce voltmètre envoie la valeur à la P. 101 par l'intermédiaire d'un interface (Interface et branchement de la P. 101 assurés par la S.F.A.T.). Après examen des différentes sorties, un nouveau train d'impulsions est envoyé pour effectuer un nouveau cycle de mesures.

La fréquence d'échantillonnage, dans le cas de ce montage, est limitée par le temps de calcul et de commutation. L'emploi d'un enregistreur magnétique et de relais appropriés permettrait d'atteindre la fréquence maximum permise par le temps de retour à l'équilibre du fil.

VI-3-4. Etalonnage et interprétation

a) Etalonnage : Il a été effectué directement dans la veine dans laquelle nous faisions varier la vitesse de 0 à 30 m/s et la concentration de 0 à 3 % d'hydrogène. Nous cherchons à connaître $E(u,\theta,C)$, chaque paramètre variant individuellement ; nous n'explicitons pas la variation de la température seule car c'est une quantité additive.

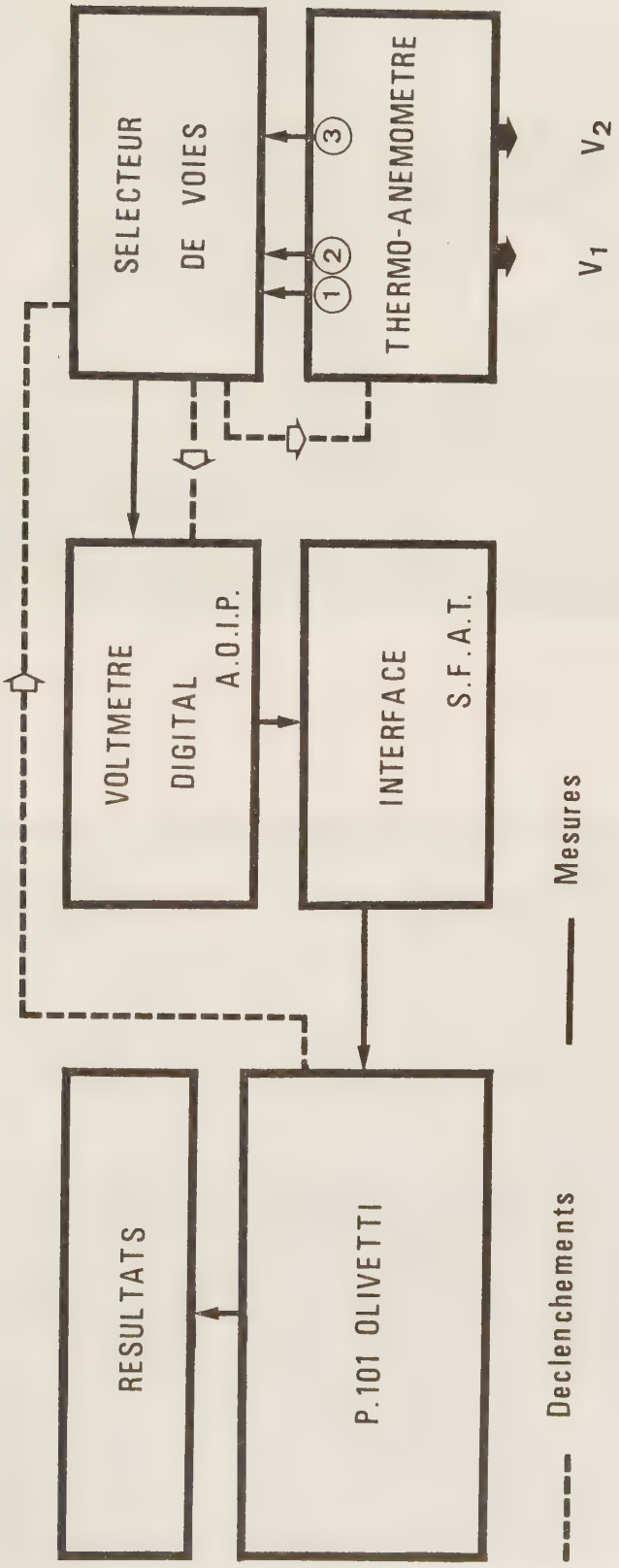


Fig. VI-11. - *Schéma de la chaine de mesures*

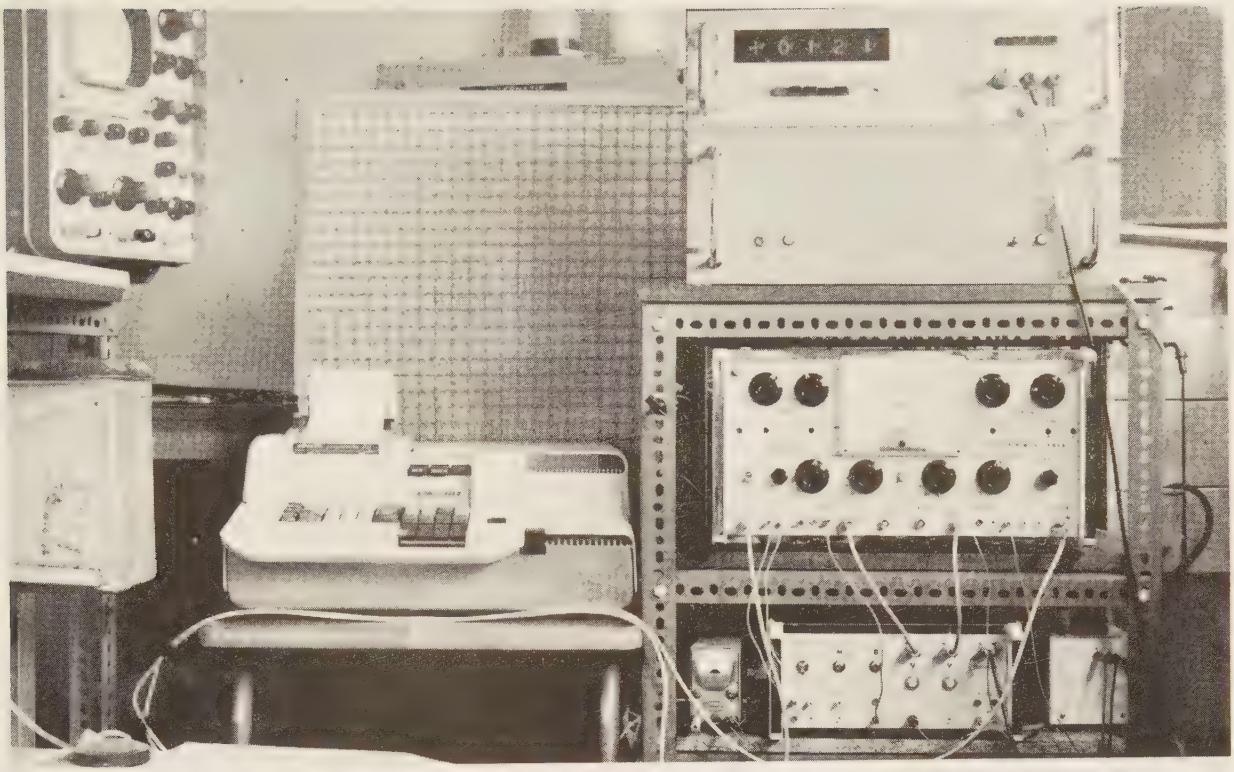


PHOTO IV-1. : *Chaine automatique de mesure de fluctuations*

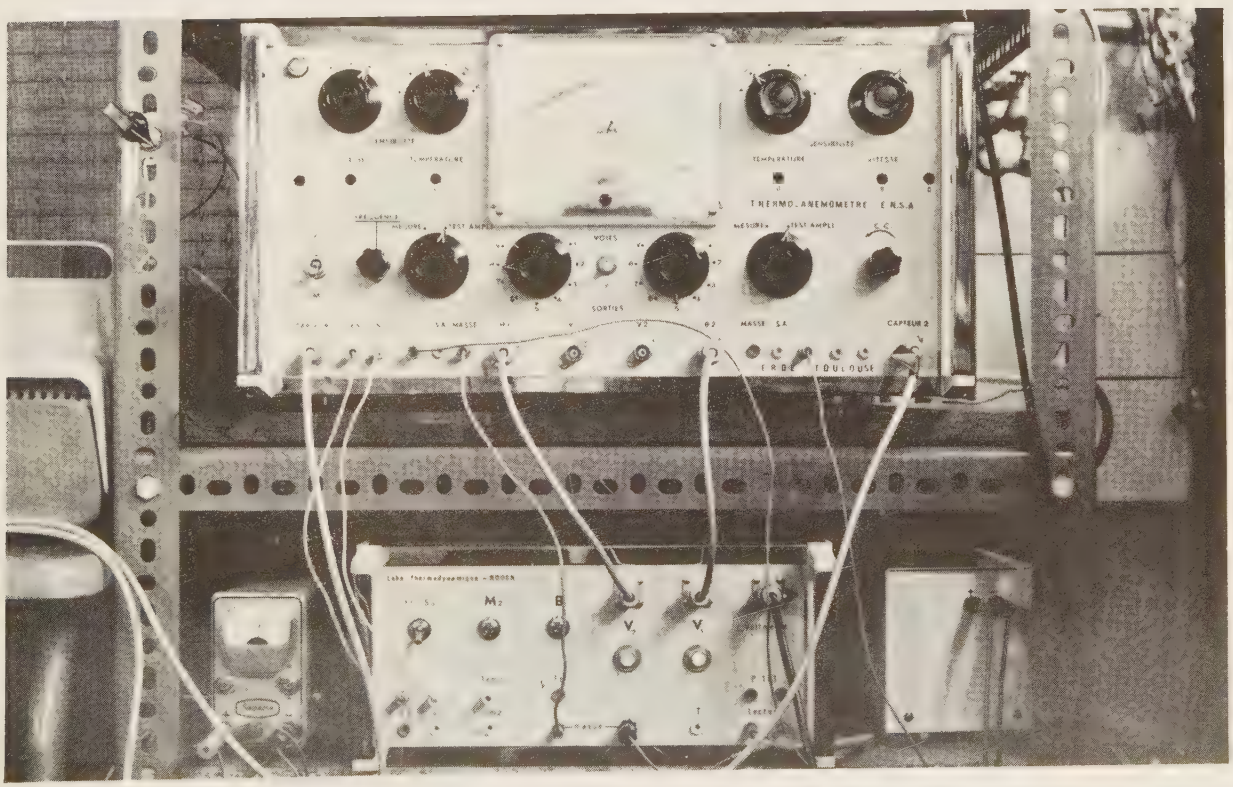


PHOTO IV-2. : *Thermo-anémomètre et sélecteur de voies*

Sur la figure VI-12, nous montrons la réponse $E(u,\theta,C)$ entre 0 et 3 % d'hydrogène pour différentes vitesses, le chauffage continu correspond alors à une tension de 0,9 volts. Nous pouvons constater le parallélisme des courbes. Afin de pouvoir comparer plus facilement les résultats provenant de sondes légèrement différentes, nous présentons sur les figures VI-13 et VI-14, les étalonnages sans dimensions :

$$u \text{ et } \theta \text{ constants} \quad F_a = \frac{E(u,\theta,C) - E(u,\theta,\ C=0)}{E(u,\theta,\ C=3\ \%) - E(u,\theta,\ C\ =\ 0)} \qquad |VI\text{-}3|$$

$$\theta \text{ et } C \text{ constants} \quad F_b = \frac{E(u,\theta,C) - E(u=0,\theta,C)}{E(u=30\ m/s,\theta,C) - E(u=0,\theta,C)} \qquad |VI\text{-}4|$$

Les différents points expérimentaux se regroupent sur une courbe unique F_a, ce qui revient à dire que les courbes de la figure VI-12 étant parallèles, nous pouvons admettre que $E(u,\theta,C)$ peut se mettre sous la forme

$$E(u,\theta,C) = E_1(u) + E_2(\theta) + E_3(C) \qquad |VI\text{-}5|$$

Dans ces conditions, nous pouvons connaître séparément les étalonnages E_1, E_2, E_3 et l'utilisation d'une sonde double donne u et θ (donc E_1 et E_2) sur le prémier fil (sortie ① et ②) et $E_1+E_2+E_3$ sur le second fil (sortie ③ avec catalyse), il est donc possible de déduire E_3 donc C.

Sur le tableau suivant, nous portons les ordres de grandeur des signaux de sortie pour un fil de 4 µ avec chauffage continu correspondant à 0,9 volt sur le 2ème fil.

Domaine	Voie 1	Voie 2
Vitesse 0 à 30 m/s	- 7 volts pour 30 m/s	- 4 volts pour 30 m/s
Température 0 à 300°C	3 volts pour 100°C	3 volts pour 100°C
Concentration 0 à 3 % d'H_2	——	2,5 volts pour 3 % d'H_2

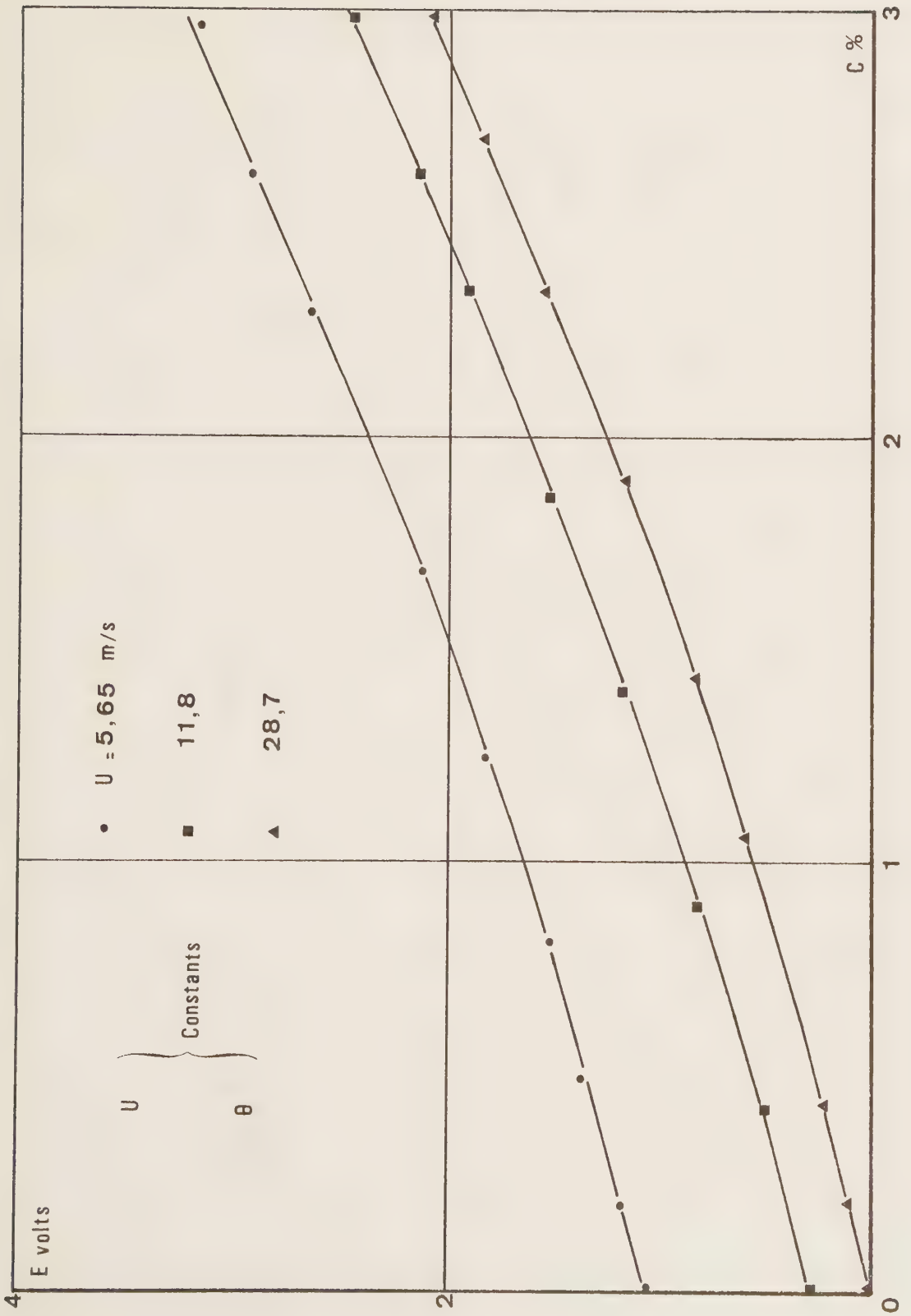


Fig. VI-12. - *Réponse en concentration*

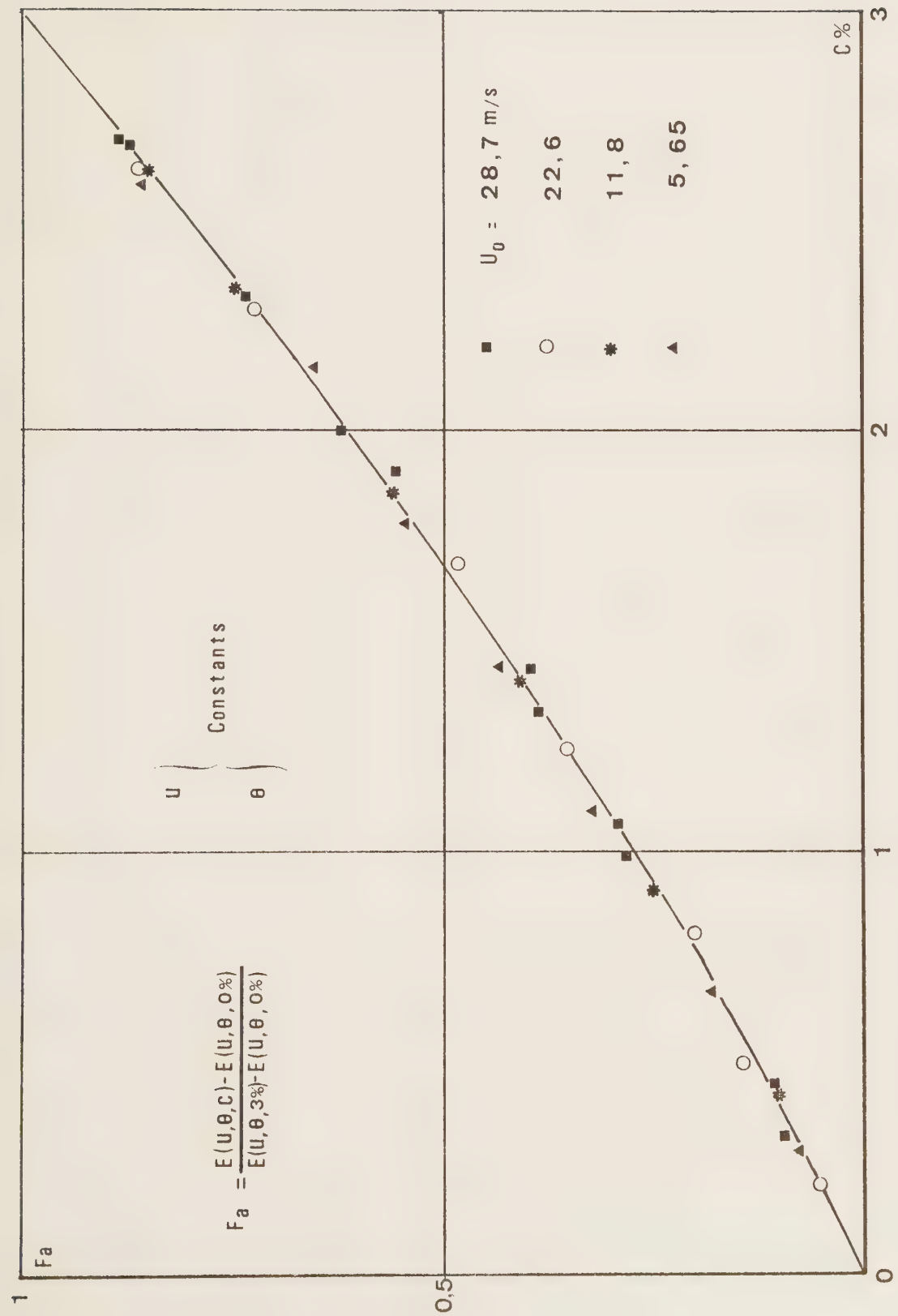


Fig. VI-13. - *Réponse en concentration à vitesse constante (sans dimensions)*

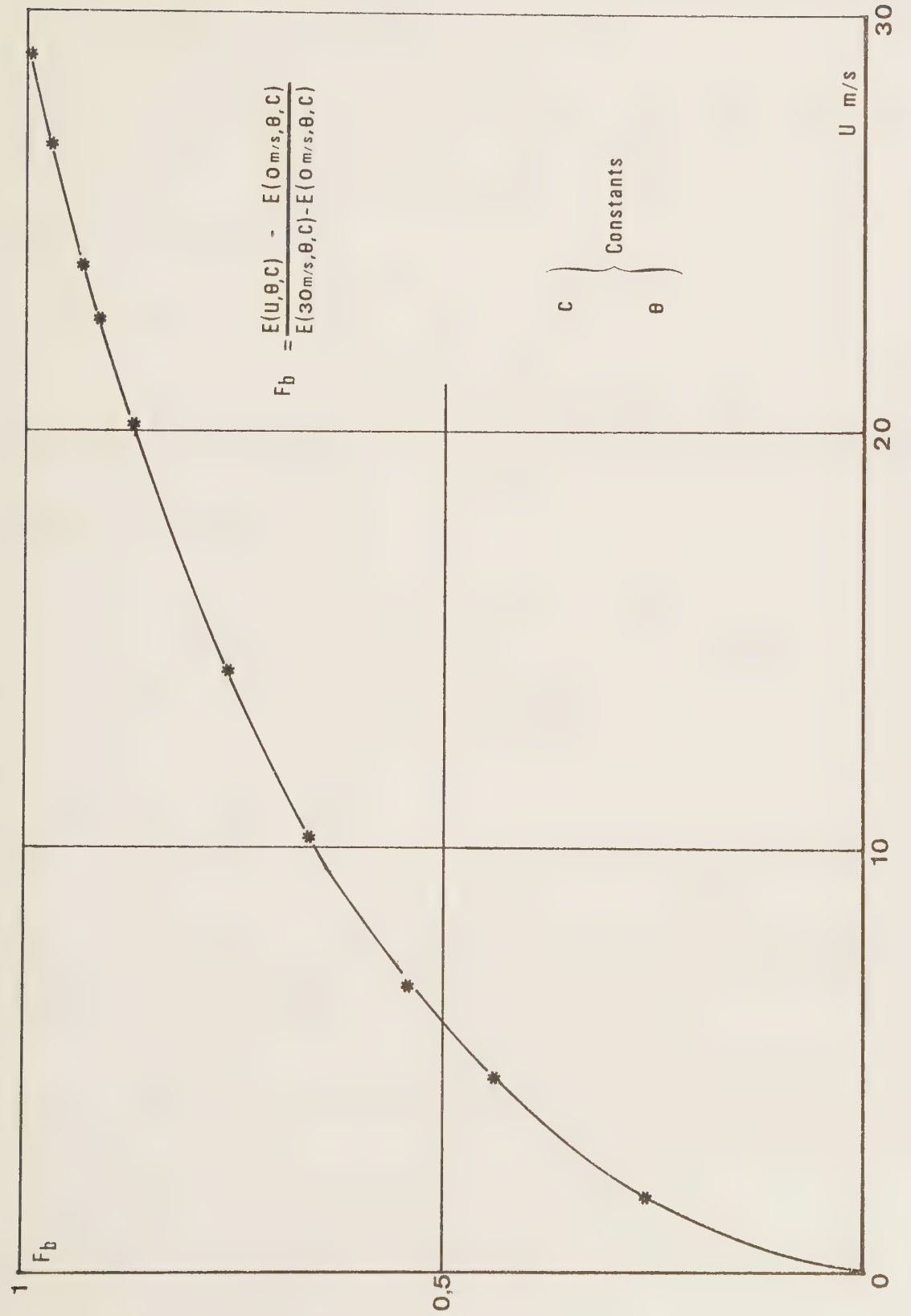


Fig. VI-14. - Réponse en vitesse à concentration constante (sans dimensions)

b) Interprétation : Nous allons écrire le bilan énergétique résultant de l'équilibre thermique du fil soumis à la vitesse u d'un gaz à température θ_g et chauffé par une puissance continue $\frac{V^2}{R_w}$.

On définit α_d de la même manière que α_h comme étant la masse d'hydrogène qui traverse l'unité de surface du fil par seconde, pour une concentration de 1 gramme par cm^3.

Bilan sans hydrogène

$$\frac{V^2}{R'_w} = \pi \, d\ell \, A \, \alpha_h \, (\theta'_w - \theta_g) \qquad |VI\text{-}6|$$

l'indice ' indique la température de paroi du fil en l'absence d'hydrogène. A est la constante d'équivalence.

Bilan avec hydrogène

$$\frac{V^2}{R_w} = \pi \, d\ell \, A \left| \alpha_h \, (\theta_w - \theta_g) + \alpha_d \, C_g \, q \right| \qquad |VI\text{-}7|$$

Effectuons le rapport des deux bilans :

$$\frac{R'_w}{R_w} = - \frac{\alpha_d}{\alpha_h} \, \frac{C_g q}{\theta'_w - \theta_g} + \frac{\theta_w - \theta_g}{\theta'_w - \theta_g} \qquad |VI\text{-}8|$$

L'influence de la concentration C_g apparaît dans le premier terme du membre de droite de l'équation |VI-8| et l'influence de la vitesse dans α_d/α_h. Il suffit d'étudier la variation de α_d/α_h en fonction de la vitesse pour évaluer son importance sur la température prise par le fil.

Nous prenons pour α_d une formule équivalente à α_h |VI-1| (loi de Kramers) en remplaçant le nombre de Prandtl par le nombre de Schmidt

$$\alpha_d = \frac{D_{(H_2)}}{d} \left(0{,}42 \, Sc^{0,2} + 0{,}57 \, Sc^{0,33} \, . \, Re^{0,50} \right) \qquad |VI\text{-}9|$$

par suite

$$\frac{\alpha_d}{\alpha_h} = \frac{D}{K}\left(\frac{Sc}{Pr}\right)^{0,2}\left(\frac{0,42 + 0,57\ Sc^{0,11}\ .\ Re^{0,50}}{0,42 + 0,57\ Pr^{0,11}\ .\ Re^{0,50}}\right) \qquad |VI\text{-}10|$$

numériquement, en prenant Pr = 0,72 et Sc = 0,22

u = 0 m/s $\frac{\alpha_d}{\alpha_h}$ proportionnel à 1

u = 5 m/s $\frac{\alpha_d}{\alpha_h}$ " à 0,94

u = 15 m/s $\frac{\alpha_d}{\alpha_h}$ " à 0,925

u = 30 m/s $\frac{\alpha_d}{\alpha_h}$ " à 0,92

Nous voyons que ce rapport devient pratiquement indépendant de la vitesse entre 5 et 30 m/s. Expérimentalement, nous trouvons même que ce rapport est constant pour u = 0, mais il faut remarquer que cette théorie sommaire n'est pas utilisable dans le domaine des basses vitesses où la convection naturelle joue un rôle important.

VI-4. VALIDITE EN TURBULENT ET TEMPS DE REPONSE

VI-4-1. Fluctuations de température et de concentration

Il faut considérer d'une part, le temps de réponse du fil et d'autre part, le temps de mesure. Le temps de réponse d'un fil de 4 microns est compatible avec les fréquences généralement rencontrées dans un écoulement turbulent. Nous justifierons cette hypothèse dans le chapitre des résultats. L'ordre de grandeur du temps de réponse peut être exprimé par $\frac{d^2}{a}$, a étant la diffusivité thermique du métal (0,0235 pour le platine) d'où τ = 6,8 µs. Ce temps doit être ajouté au temps de traversée de la couche limite qui se trouve créé autour du fil, soit $\tau' = \frac{\delta^2}{a}$

$(\delta^2 \simeq d^2)$, on trouve 0,78 µs pour la chaleur et 0,23 µs pour la concentration. Le temps de mesure pour les concentrations et les températures est la largeur de l'impulsion, soit 30 microsecondes environ pour le réglage considéré. Dans la partie pleinement turbulente de la couche limite, le coefficient d'auto-corrélation ne descend pas au-dessous de 0,96 à 30 m/s pour le temps de mesure.

Les mesures de température et de concentration $(E(u,\theta,C))$ sont parfaitement synchrones. Toutefois, pour pouvoir déduire valablement la valeur instantanée explicite de la concentration, il faut connaître la vitesse.

VI-4-2. Fluctuations de vitesse

Le temps de mesure de la vitesse est dix fois plus grand que celui de la température ; aussi les hautes fréquences se trouvent atténuées. Nous verrons toutefois, lors de l'exposé des résultats, que les mesures d'intensités de turbulence sont peu affectées par cette atténuation ; la contribution des hautes fréquences y est faible.

Le découplage température-vitesse n'est valable, en turbulent, que si la température est constante pendant le temps de mesure de la vitesse, ou si la variation de température est faible vis à vis de l'élévation produite par l'impulsion. Nous pouvons montrer (Annexe III) que pour pouvoir considérer les mesures de vitesse et de température synchrones et indépendantes, il suffit que :

$$\overline{\theta_g'^2}\,(1 - R_{(r)}) \ll \frac{\overline{\theta_u'^2}}{2} \qquad |VI\text{-}11|$$

$\overline{\theta_g'^2}$ est l'écart quadratique des fluctuations de température, $\overline{\theta_u'^2}$ est l'écart quadratique des fluctuations de vitesse dont la tension correspondante est exprimée en température et $R_{(r)}$ le coefficient d'auto-corrélation pour le retard r, temps de mesure de la vitesse.

Pour satisfaire à cette formule |VI-11|, il faut soit travailler avec de faibles écarts de température de fluide, soit étudier un phénomène dont les fréquences sont telles que $R_{(r)} \simeq 1$.

VI-5. SONDES DOUBLES ET ETUDE DES FREQUENCES

VI-5-1. Emploi de sondes doubles

La mesure de concentration nécessite l'utilisation de sondes doubles, ceci pose des problèmes en anémométrie classique, car, pour des mesures longitudinales, nous devons mettre les sondes dans le sillage l'une de l'autre. Or, si le sillage dynamique d'un fil de quelques microns est faible, il n'en est pas de même du sillage thermique ; d'après Favre[69], la perturbation atteint 13 % lorsque les deux fils sont placés, sur une même ligne de courant macroscopique, à une distance l'un de l'autre égale au quart de la couche limite.

L'emploi du "Thermo-Anémomètre" permet d'utiliser des sondes avec deux fils voisins de quelques dixièmes de millimètres : Sur la sonde amont, nous envoyons le train d'impulsions qui nous donne température et vitesse; sur la sonde aval, nous superposons au train d'impulsions le chauffage continu. Les trains d'impulsions étant synchrones, le sillage thermique du fil amont n'a pas encore atteint le fil aval à l'instant de mesure. Nous étudions avec précision, les sondes doubles par des mesures de corrélations dans le temps (chapitre suivant).

VI-5-2. Etude des fréquences

La fréquence d'échantillonnage étant limitée, nous ne pouvons pas suivre le phénomène en écoulement turbulent. Par contre, nous pouvons considérer que les mesures sont indépendantes. Dans ce cas, si on appelle X_i la mesure de chaque échantillon, nous avons d'après Bass[72]

$$\lim \frac{X + \ldots + X_n}{n} = m \quad \text{valeur moyenne} \qquad |VI\text{-}12|$$

Nous examinerons le problème du nombre n d'échantillons nécessaires dans le paragraphe VI-5-3.

La formule |VI-12| est valable pour n'importe quelle grandeur aléatoire

a) $X_i = U_i \quad \Longrightarrow \quad \bar{X} = \bar{U} = m_u$

b) $X_i = U_i'^2 \quad \Longrightarrow \quad \overline{X} = \overline{U'^2} = \sigma_u$

c) $X_i = U_i(t)\ U_i(t+\tau) \quad \Longrightarrow \quad \bar{X} = \overline{U(t)\ U(t+\tau)}$

Il en résulte qu'avec une voie de mesure (un fil, sorties ① et ②), il est possible, par l'intermédiaire des échantillons de vitesse et de température, d'avoir les moyennes statistiques et les écarts quadratiques correspondants.

Avec deux voies de mesures, (deux fils, sorties ① ② et ③), nous pouvons avoir en plus les grandeurs concernant la concentration. Il est en outre possible d'obtenir les coefficients d'auto-corrélation. Pour cela, la valeur donnée par la deuxième voie de mesure est retardée d'un temps τ réglable, la moyenne de n couples de mesures permettra de calculer les coefficients d'auto-corrélation :

$$R_u(\tau) = \frac{\overline{U'(t)\ U'(t+\tau)}}{\overline{U'^2}} \quad \text{pour la vitesse} \qquad |VI\text{-}13|$$

$$R_\theta(\tau) = \frac{\overline{\theta'(t)\ \theta'(t+\tau)}}{\overline{\theta'^2}} \quad \text{pour la température} \qquad |VI\text{-}14|$$

Le spectre de fréquence peut être obtenu par transformée de Fourier du coefficient d'auto-corrélation (Stern, Barbeyrac et Poggi[73]). Nous pouvons donc, à l'aide d'un capteur double, étudier le phénomène du point de vue spectral, bien que la fréquence d'échantillonnage soit faible et ne réponde pas aux exigences du théorème de Shannon* .

VI-5-3. Nombre de mesures

Les formules et tables nécessaires à l'estimation du nombre de mesures peuvent être trouvés dans Dixon and Massey[74].

---

*La fréquence d'échantillonnage f_e doit être supérieure ou égale à 2 f_m, f_m étant la fréquence au-delà de laquelle le spectre d'énergie est nul.

a) Valeurs moyennes : Soit σ l'écart quadratique de la grandeur à mesurer X. Nous appellerons P la probabilité pour que la valeur calculée soit une valeur approchée de $\bar{X}$ à ε % près.

L'intégrale de Bienaymé Tchebichef donne un nombre toujours trop grand. Nous préférons utiliser la tendance vers la loi normale. Le nombre n d'échantillons nécessaires nous est donné par la formule

$$n = A\, h^2 \left(\frac{\sigma}{m}\right)^2 \qquad |VI\text{-}15|$$

m est la valeur moyenne

A et h^2 sont donnés par les tables

A est un paramètre lié à la précision désirée

Précision	1/10	1/100	5/100	1/1000
A	10^2	10^4	4.10^2	10^6

h^2 est lié à la probabilité d'obtenir la précision ci-dessus

Probabilité	90 %	95 %	99 %	99,9 %
h^2	2,69	4	6,76	10,89

Dans la pratique, σ et m sont inconnus ; aussi, nous nous fixons à priori un nombre de mesures et nous remplaçons les valeurs approchées de σ et m dans la formule |VI-15|. On peut alors comparer la valeur de n calculée à celle fixée à priori.

b) *Ecart quadratique* : Soit s la valeur approchée de l'écart quadratique σ

$$\frac{s}{\alpha} < \sigma < \frac{s}{\beta}$$

α et β sont deux paramètres liés au nombre de mesures et à la probabilité d'obtenir la précision voulue, qui s'écrit $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}\right)$.

A titre d'exemple, pour avoir 90 % de chances d'obtenir la précision désirée, il faut le nombre de mesures ci-dessous :

n mesures	100	200	400	500	750	1000	5000
Précision	13 %	9 %	6 %	5 %	4 %	3 %	1,5 %

Nous utilisons ces tableaux pour déterminer n lors de nos expériences.

VI-6. CONCLUSION

La chaine de mesures anémométriques que nous avons réalisée possède les avantages suivants :

- Les informations, fournies sous forme d'échantillons mémorisés, peuvent être traitées par les méthodes modernes.
- Elle permet l'étude de trois gradients simultanés (vitesse, température et concentration).
- La perturbation apportée par les capteurs dans l'écoulement n'intervient pas au moment de la mesure.
- Le niveau de sortie plus élevé que dans les anémomètres classiques, grâce au système impulsionnel.

Le principal inconvénient est le temps que nécessite la mesure de la vitesse ; ce qui ne permet pas l'étude des hautes fréquences dans un écoulement turbulent.

L'utilisation d'un enregistreur magnétique avec traitement différé sur ordinateur permettrait une étude rapide de couche limite sans être gêné par la dérive des capteurs.

Chapitre VII

Résultats des mesures instantanées (Fluctuations)

A l'aide du thermo-anémomètre que nous venons de décrire, nous avons effectué des mesures de fluctuation de vitesse, des mesures de fluctuations de température, de concentration, des mesures de corrélations vitesse-température et des mesures du coefficient d'autocorrélation en température.

Toutes les mesures ont été effectuées à l'aide de sondes de platine de diamètre 4 μ fabriquées au laboratoire. Pour les mesures de corrélation, nous avons utilisé des sondes doubles dont la distance des deux fils est environ 0,5 mm, elles sont utilisées suivant le principe décrit au paragraphe VI-5.

VII-1. MESURES DES INTENSITES DE TURBULENCE

VII-1-1. Fluctuations longitudinales de vitesse

Bien que ces résultats n'apportent rien de nouveau dans la connaissance de la couche limite turbulente, nous les avons effectués afin de tester les possibilités de l'anémomètre. Ces mesures ont été faites au-dessus de la plaque non chauffée.

Sur la figure VII-1, nous avons porté $(\overline{u'^2})^{1/2}/U_0$ en fonction de y/δ_1 (δ_1 épaisseur de déplacement) pour différentes valeurs de δ_1 correspondant à différentes valeurs de x. Les résultats se regroupent bien sur une courbe unique. Nous les avons comparés à ceux de Klebanoff[59] qui sont habituellement adoptés comme référence universelle. L'accord avec ces résultats est bon sauf toutefois au voisinage du maximum d'intensité de turbulence où nos valeurs sont un peu inférieures,

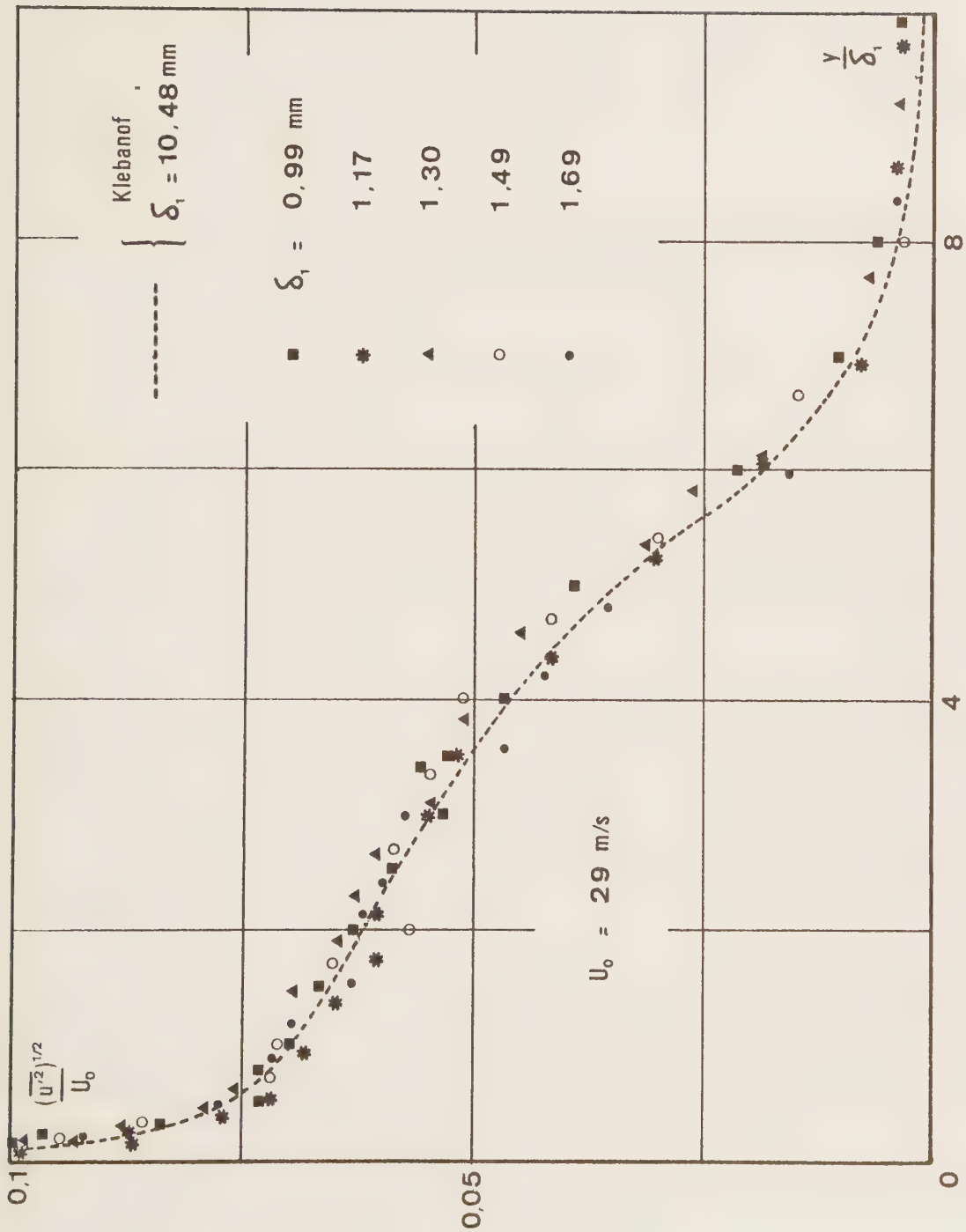


Fig. VII-1. : *Mesures des fluctuations longitudinales de vitesse et comparaison aux résultats de Klebanoff.*

la maximum ne dépasse pas 0,1 sur notre figure alors qu'il atteint 0,12 avec les résultats de Klébanoff.

Ce fait s'explique facilement si l'on reprend les remarques du chapitre précédent (§ VI-4-2). En effet, le temps de mesure de la vitesse est tel que les plus hautes fréquences se trouvent atténuées ; ces hautes fréquences se trouvent justement à l'endroit du maximum d'intensité de turbulence. Dans la zone pleinement turbulente, la contribution des hautes fréquences est suffisamment faible pour ne pas affecter nos résultats.

En conclusion, le thermo-anémomètre peut être utilisé pour l'étude des intensités de turbulence en vitesse, à condition de ne s'intéresser qu'à la zone pleinement turbulente et non au film laminaire.

VII-1-2. Fluctuations de température

Nous avons étudié les fluctuations de température juste après la discontinuité pour X = 0,5, 2, 3,5, 5 et 8 cm. Ces résultats sont portés en fonction de y sous la forme $(\overline{\theta'^2})^{1/2}/\theta_0$ sur la figure VII-2. La valeur de θ_0 est telle (18°C) que l'on peut considérer l'écoulement comme celui d'un fluide incompressible.

De telles mesures ont déjà été effectuées par Blom[20] et Johnson[14], les résultats ne sont publiés que pour des valeurs de X déjà assez éloignées de la discontinuité (X = 69 cm et X = 148 cm), aussi nous ne pouvons pas comparer directement nos résultats avec les leurs. Toutefois, l'allure des courbes est la même, mais le maximum d'intensité de turbulence décroît à mesure que l'on se rapproche de X = 0, les mesures de Johnson ne montrent l'évolution de ce maximum que pour les faibles valeurs de X.

Comme nous l'avons vu au chapitre I, des résultats analogues ont été publiés par Tanimoto et Hanratty[18] dans le cas d'un tuyau (fig. I-4) à partir de X = 2,5 cm. Dans le cas de la plaque plane, nous n'avons pas trouvé de résultats expérimentaux comparables aux nôtres pour ce qui concerne la distance à la discontinuité.

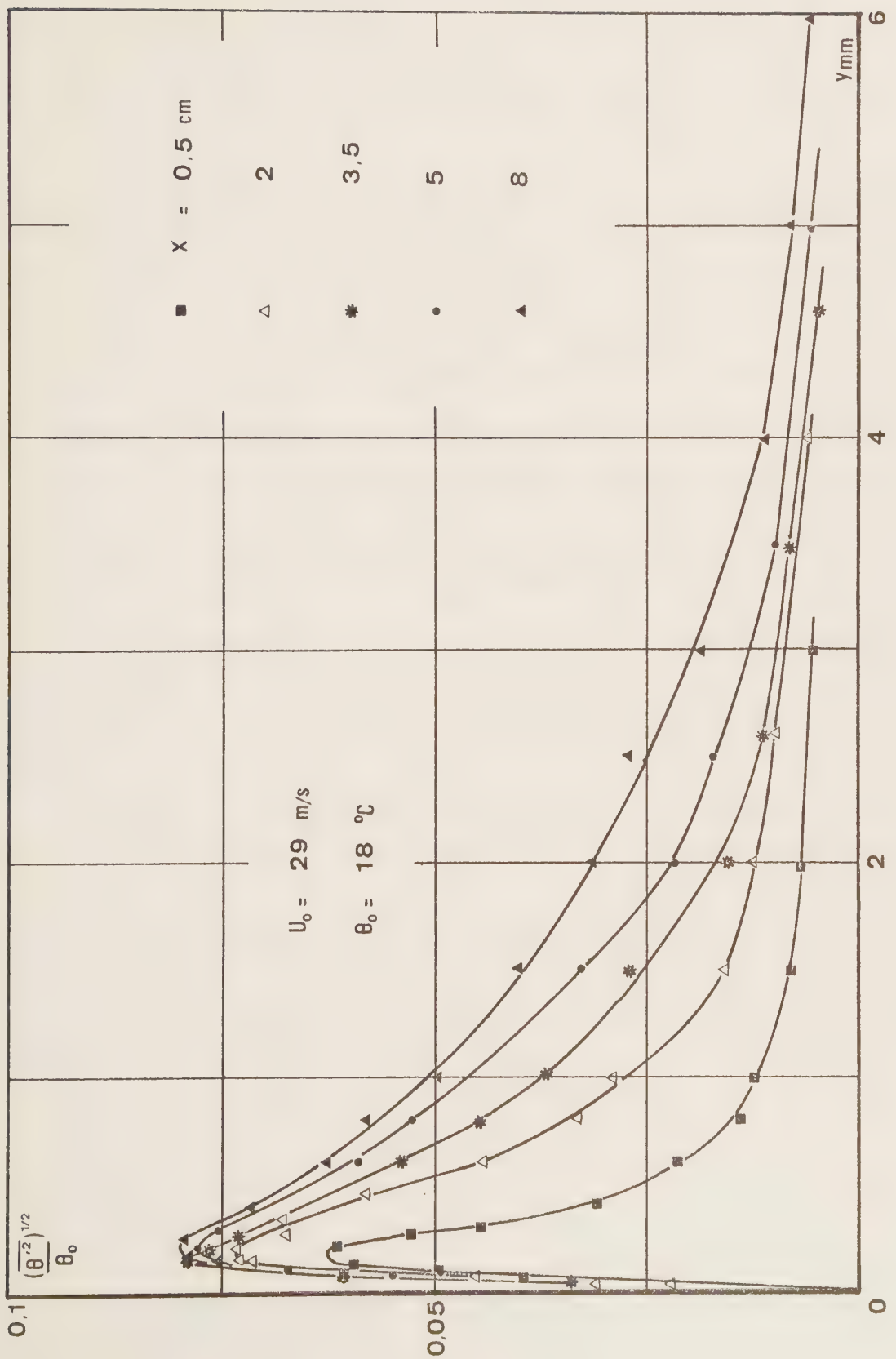


Fig. VII-2. : *Mesures des fluctuations de température*

VII-1-3. Fluctuations de concentration

La méthode employée est celle décrite au paragraphe VI-3. La programma 101 est de capacité insuffisante pour traiter entièrement les informations fournies par les 2 fils, aussi, nous avons dû faire appel au calculateur H 316 Honeywell du laboratoire de calcul de la Faculté.

Les données devant être transférées manuellement sur bande perforée, nous avons dû limiter nos mesures, nous contentant pour l'instant, de vérifier le principe. Un système d'enregistrement automatique sur bande perforée est en cours de réalisation. Il permettra d'exploiter complètement les possibilités de la méthode.

La déduction de la concentration se fait de la manière suivante :

1er fil : sortie (1) vitesse (temps de mesure 400 µs)
sortie (2) température (temps de mesure 40 µs)

2ème fil : sortie (3) $E(u,\theta,C) = E_1(u) + E_2(\theta) + E_3(C)$
(formule VI-5) (temps de mesure 40 µs)

Les résultats sur les sorties (2) et (3) proviennent des mesures parfaitement synchrones, il est donc facile de déduire $E_1(u) + E_3(C)$. Les résultats sur la sortie (1) ne proviennent pas de mesures tout à fait synchrones avec les deux précédentes, aussi ils ne sont utilisables qu'en moyenne sous la forme $\bar{u}$ et $\overline{u'^2}$.

Après avoir prélevé un nombre d'échantillons compatible avec les conditions indiquées au § VI-5-3, nous obtenons :

$$\overline{E_1(u) + E_3(C)} = \overline{E_1(u)} + \overline{E_3(C)} \text{ et } \overline{|E_1(u) + E_3(C)|'^2} \qquad |\text{VII-1}|$$

Les courbes d'étalonnage montrées sur les figures VI-13 et VI-14 peuvent être mises sous la forme*

$$E_1(u) = \alpha_1 u^2 + \beta_1 u + \gamma_1$$

$$E_3(C) = \alpha_3 C^2 + \beta_3 C \qquad |\text{VII-2}|$$

---

* Il est nécessaire d'introduire γ_1 car $E_1(u)$ doit être divisée en deux zones pour pouvoir la mettre sous la forme d'un tel polynôme.

Déduction de $\bar{C}$

$$\overline{E_1(u) + E_3(C)} = \alpha_1 \left(\bar{u}^2 + \overline{u'^2}\right) + \beta_1\bar{u} + \alpha_3 \left(\bar{C}^2 + \overline{C'^2}\right) + \beta_3\bar{C} + \gamma_1 \qquad |VII\text{-}3|$$

$\bar{u}^2$ et $\overline{u'^2}$ sont connus par ailleurs et $\overline{C'^2}$ est petit devant $\bar{C}^2$ (α_3 lui-même est faible par suite de la réponse presque linéaire en concentration). Nous pouvons donc déduire facilement $\alpha_3\bar{C}^2 + \beta_3\bar{C}$, donc $\bar{C}$.

Déduction de $\overline{C'^2}$

$$|E_1(u) + E_3(C)|' = E_1(u) + E_3(C) - \overline{E_1(u)} - \overline{E_3(C)}$$

$$\alpha_1(2u'\bar{u} + u'^2 - \overline{u'^2}) + \beta_1 u' + \alpha_3\left(2C'\bar{C} + C'^2 - \overline{C'^2}\right) + \beta_3 C' \qquad |VII\text{-}4|$$

$u'^2 - \overline{u'^2}$ est petit devant $u'\bar{u}$

$C'^2 - \overline{C'^2}$ est petit devant $C'\bar{C}$

donc

$$|E_1(u) + E_3(C)|' = u'(2\alpha_1\bar{u} + \beta_1) + C'(2\alpha_3\bar{C} + \beta_3 = u'A_1 + C'A_3 \qquad |VII\text{-}5|$$

prenons la moyenne du carré

$$\overline{|E_1(u) + E_3(C)|'^2} = A_1^2\overline{u'^2} + A_3^2\overline{C'^2} + 2A_1A_3\,\overline{u'C'} \qquad |VII\text{-}6|$$

Nous connaissons $\overline{u'^2}$ mais nous ne connaissons pas $\overline{u'C'}$, afin de pouvoir obtenir $\overline{C'^2}$, il nous faut faire une certaine hypothèse sur $\overline{u'C'}$ qui se trouve justifiée, près de la paroi, par les mesures de $\overline{u'\theta'}$ qui sont données au paragraphe suivant (d'après les premiers résultats du chapitre IV sur ε_h^+ et ε_d^+, nous pouvons admettre la similitude de $\overline{u'\theta'}$ et $\overline{u'C'}$).

Cette hypothèse est $\overline{u'C'} = K\ \overline{u'^2}\ \ \overline{C'^2}$, donc l'expression |VII-6| devient:

$$\overline{|E_1(u) + E_3(C)|'^2} = A_1^2\overline{u'^2} + A_3^2\overline{C'^2} + 2K(\overline{u'^2})^{1/2}.(\overline{C'^2})^{1/2} \qquad |VII\text{-}7|$$

La relation |VII-7| permet d'avoir $\overline{C'^2}$.

La figure VII-3 rend compte de quelques résultats obtenus pour $\overline{C'^2}$, ils sont comparés aux valeurs de $\overline{\theta'^2}$ correspondantes, nous pouvons voir que l'accord est bon, ce qui justifie partiellement l'hypothèse précédente.

L'emploi d'un perforateur de bande en sortie de la chaine facilitera d'autant plus les mesures qu'elles seront faites rapidement, la dérive des sondes catalytiques étant très gênante.

VII-2. MESURE DES CORRELATIONS VITESSE LONGITUDINALE-TEMPERATURE

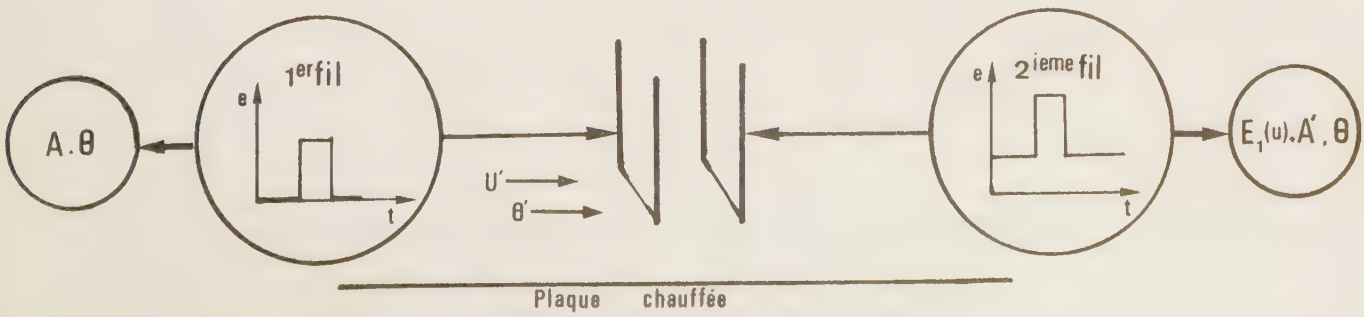
VII-2-1. Technique de mesure

Comme nous l'avons vu, la vitesse sur la sortie (1) a un temps de mesure tel que les hautes fréquences sont atténuées et elle n'est pas parfaitement synchronisée avec la mesure de température sur la sortie (2) . Aussi, il est impossible d'étudier un coefficient de corrélation vitesse-température par ces sorties.

Nous avons pu cependant effectuer de telles mesures en utilisant une sonde à deux fils et la méthode utilisée pour les concentrations. (Dans cette étude, la concentration en hydrogène est nulle).

En effet, en l'absence d'hydrogène, le deuxième fil donne sur la sortie (3) $E(u,\theta) = E_1(u) + E_2(\theta)$.

Le premier fil donne une tension proportionnelle à la température sur la sortie (2) soit $A\theta$, nous pouvons donc déduire $E_1(u) = E(u,\theta) - A'\theta$ ($A'\theta$ étant la réponse en température du deuxième fil). Le schéma ci-dessous résume le principe de la mesure



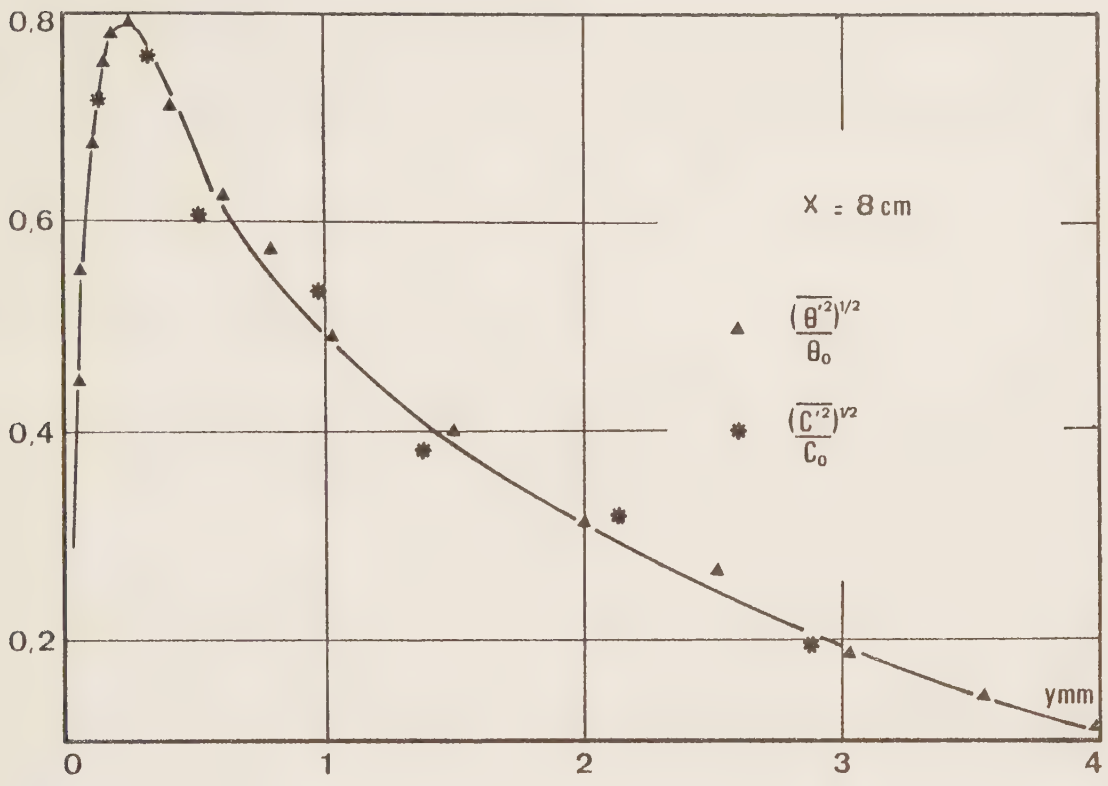


Fig. VII-3. : *Comparaison des mesures de fluctuations de concentration et de température*

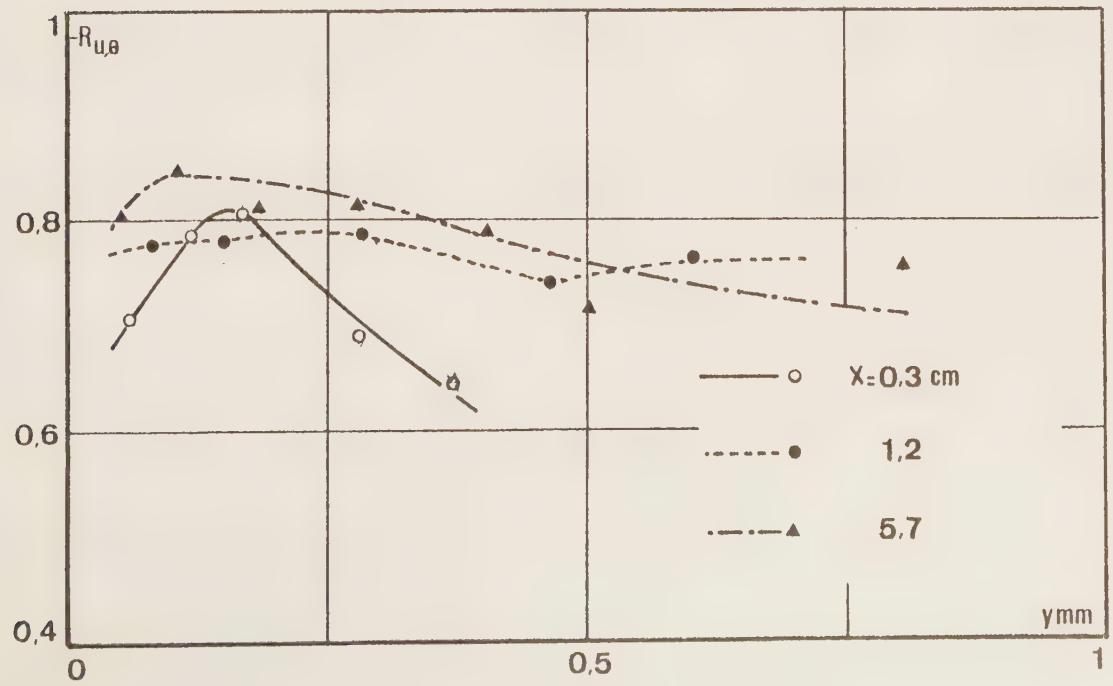


Fig. VII-4. : *Mesure du coefficient de corrélation en u, θ.*

Chaque échantillon donne un couple de mesures $E_1(u)$ et $A\Theta$, donc une valeur de u et de Θ (en utilisant la relation |VII-2|).

Comme pour les mesures de concentration, les résultats sont transcrits manuellement sur bande perforée et traités à l'ordinateur, aussi nous nous sommes limités aux quelques explorations qui nous intéressaient particulièrement. Une étude plus approfondie sera effectuée lorsque l'enregistrement direct sera réalisé.

VII-2-2. Résultats

Une de nos principales préoccupations dans le domaine des corrélations était de savoir si le coefficient $R_{u,\theta} \dfrac{\overline{u'\theta'}}{(\overline{u'^2})^{1/2}\ (\overline{\theta'^2})^{1/2}}$ variait en fonction de la distance à la discontinuité, ceci dans le but d'étudier l'importance des dérivées longitudinales (voir chapitre VIII).

Nous avons porté sur la figure VII-4 trois relevés de $R_{u,\theta}$ pour $X = 0{,}3$, 1,2 et 5,7 cm. Nous ne donnons que les valeurs auprès de la paroi. $R_{u,\theta}$ peut être considéré comme constant, la valeur de cette constante se situant autour de 0,8 ; toutefois, ce coefficient commence à décroître rapidement en y pour $X = 0{,}3$ cm, ce qui est normal car étant très près de la frontière de la couche limite, on atteint la zone d'intermittence signalée par Johnson. Les valeurs de $R_{u,\theta}$ à la frontière de la couche limite sont très difficiles à obtenir étant donné que les fluctuations de température provenant de l'écoulement libre deviennent du même ordre de grandeur que celles provenant de la convection.

La valeur 0,8 est également trouvée comme maximum par Johnson[14] dans une couche limite, et par Ibragimov et autres[54] dans un tuyau en régime établi.

VII-3. MESURE DU COEFFICIENT D'AUTO-CORRELATION EN TEMPERATURE

VII-3-1. Technique de mesure

Nous utilisons des sondes doubles comme cela a été exposé au § VI-5-2, les fils sont placés horizontalement à quelques dizièmes de mm l'un de l'autre et nous

et nous mesurons la température sur chacun d'eux à l'aide d'une impulsion. Le déclenchement de l'impulsion sur le fil amont est réglable en temps par rapport à celle déclenchée sur le fil aval. Au temps τ correspondant au retard, il faut ajouter l'équivalent en temps de la distance des deux fils, soit $d/\bar{u}$, si d est la distance des deux fils, cette correction atteint 20 à 50 µs suivant la vitesse et la sonde utilisées.

Nous mesurons le coefficient d'auto-corrélation $R_\theta(\tau)$ successivement pour chaque valeur de τ, en prenant un nombre suffisant d'échantillons. Ce nombre doit être très grand pour $R_\theta(\tau) \simeq 0$, aussi la précision de la mesure est moins bonne pour les grandes valeurs de τ, le temps de mesure devenant trop grand vis à vis de la dérive de capteur.

VII-3-2. Résultats

Nous avons mesuré le coefficient d'auto-corrélation pour différentes valeurs de y et pour des sections différentes :

X = 1 cm y = 0,08 mm , 0,18 mm, 0,37 mm, 0,85 mm et 1,12 mm

X = 10 cm y = 0,1 mm , 0,55 mm, 1,5 mm et 4 mm

Nous reportons quelques-uns de ces résultats sur la figure VII-5 (X = 1 cm, y = 0,08 mm et 0,37 mm) et la figure VII-6 (X = 10 cm, y = 0,1 mm et 0,55 mm).

Nous pouvons déjà noter, d'après l'examen de ces figures, que la contribution des hautes fréquences est moins importante lorsqu'on se rapproche de la paroi (la courbe décroît moins vite près de la paroi pour $\tau \simeq 0$).

Ces mesures d'auto-corrélation nous ont permis l'analyse en fréquence des fluctuations de température par transformation de Fourier.

VII-3-3. Analyse spectrale des fluctuations de température

Les transformations de Fourier ont été effectuées sur ordinateur à l'Institut d'Optique de Paris. Nous tenons à remercier l'Institut d'Optique, et particulièrement Madame Gouzerh, qui nous a permis d'effectuer les transformées de Fourier.

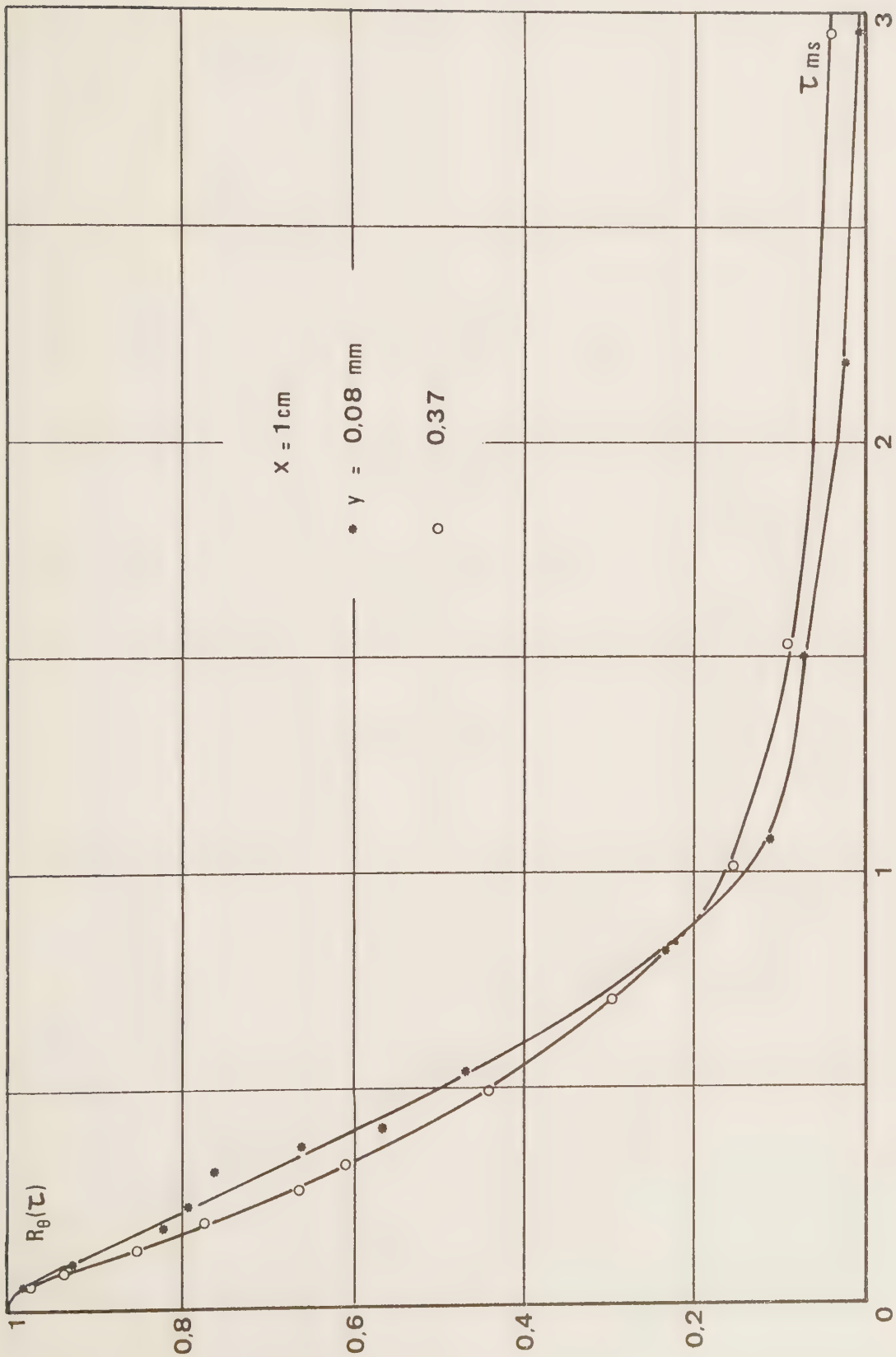


Fig. VII-5. : *Mesure du coefficient d'auto-corrélation en température X = 1 cm*

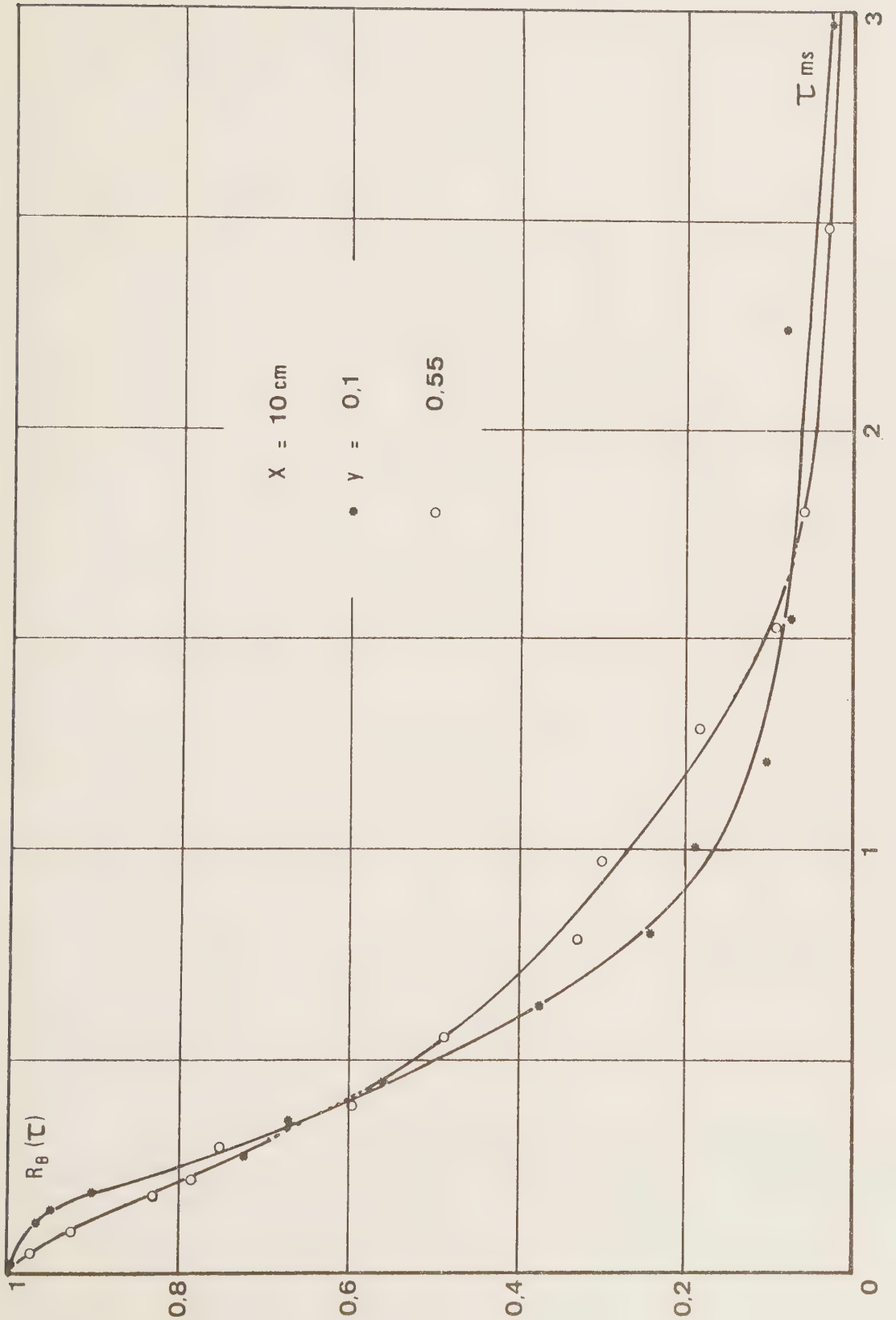


Fig. VII-6. : *Mesure du coefficient d'auto-corrélation en température X = 10 cm*

Le coefficient d'auto-corrélation est relié à la fonction spectrale $S_\Theta(n)$ par les relations suivantes :

$$S_\Theta(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_\Theta(\tau)\, e^{-2\pi j n \tau}\, d\tau$$

$$R_\Theta(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_\Theta(n)\, e^{2\pi j n \tau}\, dn \qquad |VII\text{-}8|$$

La fonction $R_\Theta(\tau)$ est symétrique et égale à 1 pour $\tau = 0$, donc

$$S_\Theta(n) = 2 \int_0^{\infty} R_\Theta(\tau) \cos(2\pi n \tau)\, d\tau$$

$$R_\Theta(\tau) = 2 \int_0^{\infty} S_\Theta(n) \cos(2\pi n \tau)\, dn \qquad |VII\text{-}9|$$

si $\tau = 0$, $R_\Theta(o) = 1$, donc

$$2 \int_0^{\infty} S_\Theta(n)\, dn = 1$$

La fonction spectrale est généralement rencontrée sous la forme normalisée

$$\int_0^{\infty} F_\Theta(n)\, dn = 1 \quad \Longrightarrow \quad F_\Theta(n) = 2 S_\Theta(n) \qquad |VII\text{-}10|$$

soit, d'après |VII-9|

$$F_\Theta(n) = 4 \int_0^{\infty} R_\Theta(\tau) \cos(2\pi n \tau)\, d\tau \qquad |VII\text{-}11|$$

Les résultats sont reportés sur les figures VII-7 et VII-8 pour les deux sections $X = 10$ cm et $X = 1$ cm. En ordonnée, nous avons $F_\Theta(n)/F_\Theta(\varepsilon)$, $F_\Theta(\varepsilon)$ étant la fonction correspondant aux fréquences les plus basses, en abscisse, nous avons porté $n\ F(\varepsilon)$.

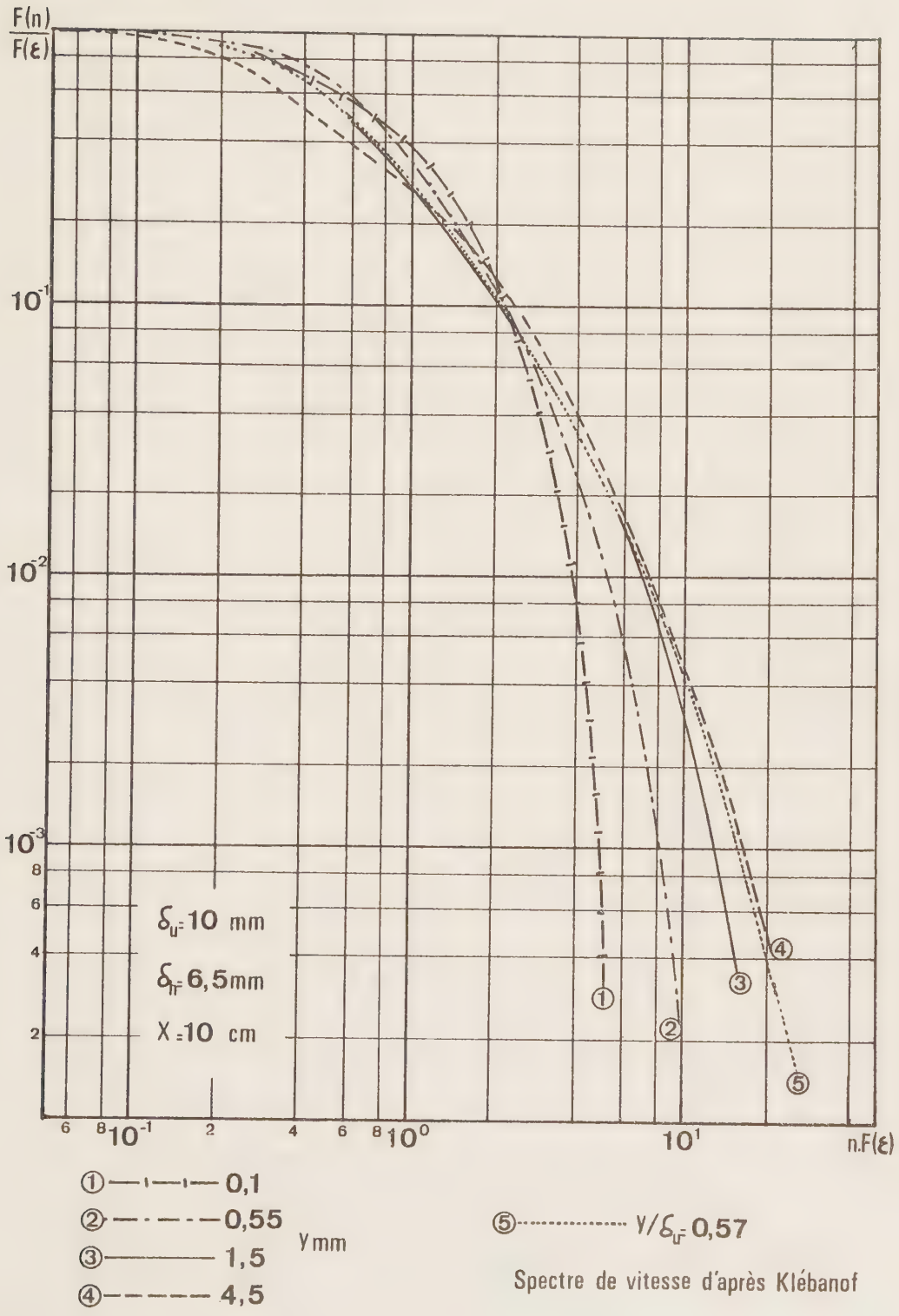


Fig. VII-7. : *Spectre de fréquence en température et comparaison à celui de la vitesse (X = 10 cm)*

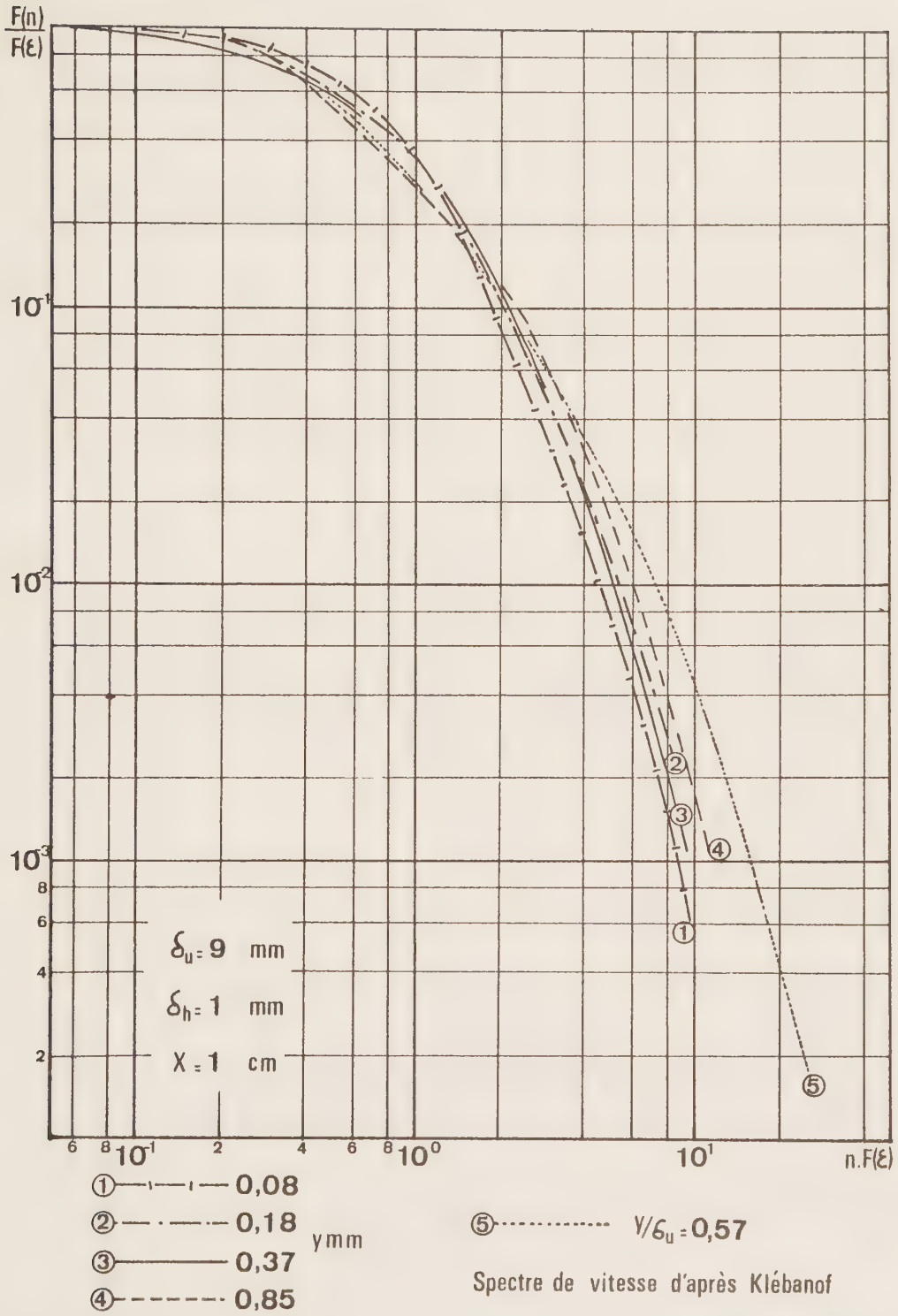


Fig. VII-8. : *Spectre de fréquence en température et comparaison à celui de la vitesse (X = 1 cm)*

Pour la section X = 10 cm, nous pouvons remarquer sur la figure VII-7 que les fluctuations de température sont de plus basse fréquence près de la paroi. Ceci rejoint les remarques de Tanimoto et Hanratty[18] qui ont étudié des fluctuations de température en régime établi dans un conduit. Sur cette figure, δ_u = 10 mm et δ_h = 7 mm.

Nous avons porté en pointillé les résultats équivalent en vitesse obtenus par Klebanoff[59] pour $y/\delta_u = 0{,}57$. Cette courbe est pratiquement confondue avec la nôtre (en température) pour $y/\delta_u = 0{,}45$. Klebanoff avait choisi comme ordonnées $\frac{u\,F_x(n)}{L_x}$ où L_x est l'échelle intégrale $\int_0^\infty R_x\,dx$; l'équivalence est : $\frac{F_x(n)}{F_x(\varepsilon)} = \frac{1}{4}\frac{u\,F_x(n)}{L_x}$. En abscisse, il avait pris $\frac{nL_x}{u}$, donc l'équivalence est : $nF_x(n) = 4\,\frac{nL_x}{u}$.

Pour la section X = 1 cm (figure VII-8), la fonction spectrale relative $\left(\frac{F_\Theta(n)}{F_\Theta(\varepsilon)}\right)$ est à peu près la même quelle que soit y. Mais il faut remarquer que la couche limite thermique est ici très peu épaisse (moins de 1 mm) et les variations de y/δ_h sont grandes vis à vis des variations correspondantes de y/δ_u ; ce qui veut dire que les différents points de mesure correspondent à des valeurs voisines de y/δ_u.

VII-4. CONCLUSION

Nous allons examiner les renseignements fournis par ces mesures et leur interprétation dans le chapitre suivant. En dehors de cela, le but de ces mesures était de tester les possibilités de la chaine que nous avions conçue.

Des résultats que nous venons de présenter, nous retenons les points suivants :

- Malgré le temps de mesure de la vitesse, l'appareil peut être utilisé pour mesurer des intensités de turbulence en vitesse dans la zone de la loi de paroi.

- L'appareil est tout à fait adapté aux mesures d'intensités de turbulence en température avec les avantages définis au chapitre précédent.

- Pour les mesures de concentration et de corrélation, il est indispensable, si l'on veut réaliser des études complètes, d'introduire dans la chaine de mesure un dispositif d'enregistrement rapide (bande perforée ou magnétique).

Chapitre VIII

Discussion des résultats

VIII-1. INTRODUCTION

La couche limite de température et de concentration qui se développe à l'intérieur de la couche limite dynamique peut être divisée en trois zones.

1°) Juste après la discontinuité, l'existence de grands gradients longitudinaux nécessite la prise en considération des dérivées longitudinales et ne permet plus de faire l'approximation de couche limite. Dans cette zone, la sous couche laminaire est de l'ordre de grandeur des couches limites. Nous verrons au paragraphe suivant que la longueur de cette zone est très réduite.

2°) Une zone intermédiaire où les couches limites thermiques et de concentrations restent très inférieures en épaisseur à la couche limite dynamique. La longueur caractéristique de cette partie ne peut plus être celle utilisée pour la vitesse, et elle reste à définir. La diffusivité turbulente $\varepsilon_h^+ - 1/Pr$ ou $\varepsilon_d^+ - 1/Sc$ n'est pas égale à celle correspondante pour la quantité de mouvement $\varepsilon_u^+ - 1$. Un autre modèle devra être utilisé pour ε_h^+ et ε_d^+, c'est ce que nous verrons au § VIII-3.

3°) La dernière zone où les couches limites sont au début encore très inégales, mais où l'hypothèse habituelle $\varepsilon_u^+ = \varepsilon_h^+$, c'est-à-dire $Pr_t = 1$, donne des résultats suffisamment précis pour les applications courantes.

Le même genre de distinction entre ces diverses zones a été fait par Poreh et Cermak[77] dans le cadre d'une étude de diffusion par une source linéaire dans une simulation de turbulence atmosphérique (ces auteurs considèrent 4 zones en ajoutant une zone de transition).

La partie intéressante est la deuxième zone. Elle correspond à peu près à la longueur de la plaque que nous avons étudiée.

VII-2. IMPORTANCE DES DERIVEES LONGITUDINALES

L'approximation de couche limite suppose les longueurs en y très faibles devant les longueurs en x. Or, près de la discontinuité, l'épaisseur de la couche limite dynamique étant de l'ordre de 1 cm, il y a lieu de définir à partir de quelle valeur de X l'approximation de couche limite est valable, (nous faisons cette étude uniquement pour la température).

Si l'on tient compte des dérivées longitudinales, l'équation |I-9| de l'enthalpie devient :

$$C_p \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + C_p \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left[(k+k_t)\frac{\partial T}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[(k+k_t')\frac{\partial T}{\partial x}\right] \qquad |VIII-1|$$

où k_t' a une définition équivalente à k_t, à savoir :

$$\frac{k_t'}{C_p}\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\rho\,\overline{(u'\theta')} \qquad |VIII-2|$$

Reprenons maintenant l'expression du bilan local |IV-17| en partant de l'équation |VIII-1| :

$$\frac{k+k_t}{\rho_0 C_p U_0}\frac{\partial \frac{\theta}{\theta_0}}{\partial y} + \frac{\frac{\partial}{\partial x}\int_0^y (k+k_t')\frac{\partial \frac{\theta}{\theta_0}}{\partial x}\,dy}{\rho_0 C_p U_0}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\int_y^\infty \frac{\rho}{\rho_0}\frac{u}{U_0}\left(1-\frac{\theta}{\theta_0}\right)dy + \left(1-\frac{\theta}{\theta_0}\right)\frac{\partial}{\partial x}\int_0^y \frac{\rho}{\rho_0}\frac{u}{U_0}\,dy \qquad |VIII-3|$$

Cette expression peut aussi se mettre sous une forme sans dimension :

$$\varepsilon_h^+ \frac{d\frac{\Theta}{\Theta_0}}{dy^+} + \frac{d}{dX^+}\int_0^{y^+} \varepsilon_h^{+\prime} \frac{d\frac{\Theta}{\Theta_0}}{dX^+}\, dy^+$$

$$= \frac{d}{dX^+}\int_{y^+}^{\infty} \frac{\rho}{\rho_0} u^+ \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0}\right) dy^+ + \left(1 - \frac{\Theta}{\Theta_0}\right) \frac{d}{dX^+}\int_0^{y^+} \frac{\rho}{\rho_0} u^+ dy^+ \qquad |VIII\text{-}4|$$

avec

$$\varepsilon_h^{+\prime} = \frac{k+k_t'}{C_p \mu}$$

Expérimentalement, nous connaissons les deux termes du membre de droite des expressions |VIII-3| ou |VIII-4|. Il nous faut donc évaluer le deuxième terme du membre de gauche. Nous supposons $k_t' >> k$ et nous évaluons :

$$\frac{k_t'}{C_p} \frac{\partial \Theta}{\partial x} = - \rho(\overline{u'\Theta'})$$

Pour cela, nous nous servons des résultats de $\overline{u'^2}$ et $\overline{\Theta'^2}$ donnés, en fonction de y et pour différentes valeurs de X, au chapitre VII. Nous faisons l'hypothèse $\overline{u'\Theta'} = K\,(\overline{u'^2})^{1/2}\,(\overline{\Theta'^2})^{1/2}$; cette hypothèse se trouve justifiée, près de la paroi, par les mesures des corrélations entre u et Θ que nous avons exposées au chapitre précédent. La constance K est prise égale à 0,8. Ce calcul n'est évidemment pas rigoureux, mais il a servi uniquement à évaluer l'ordre de grandeur des dérivées longitudinales.

Nous avons porté sur la figure VIII-1 l'évaluation du deuxième terme du membre de gauche de l'équation |VIII-3| pour X = 0,5 cm, 1,5 cm et 3 cm, (soit X^+ = 429, 1280 et 2550). Ce terme décroit très vite au-delà de X = 0,5 cm.

La contribution de ce terme, dans le calcul de ε_h^+, n'intervient que pour X < 0,5 cm, et, pour cette valeur, l'erreur sur ε_h^+ atteint 10 % au maximum lorsque y^+ = 40, tandis que, au même endroit, l'écart entre ε_h^+ et ε_u^+ est de l'ordre de 200 % (fig. IV-14).

La première zone que nous avons définie précédemment se réduit donc à quelques millimètres. Pour l'étudier avec précision, il faudrait dilater toutes les échelles de façon que les capteurs restent de dimensions négligeables vis à vis des couches limites.

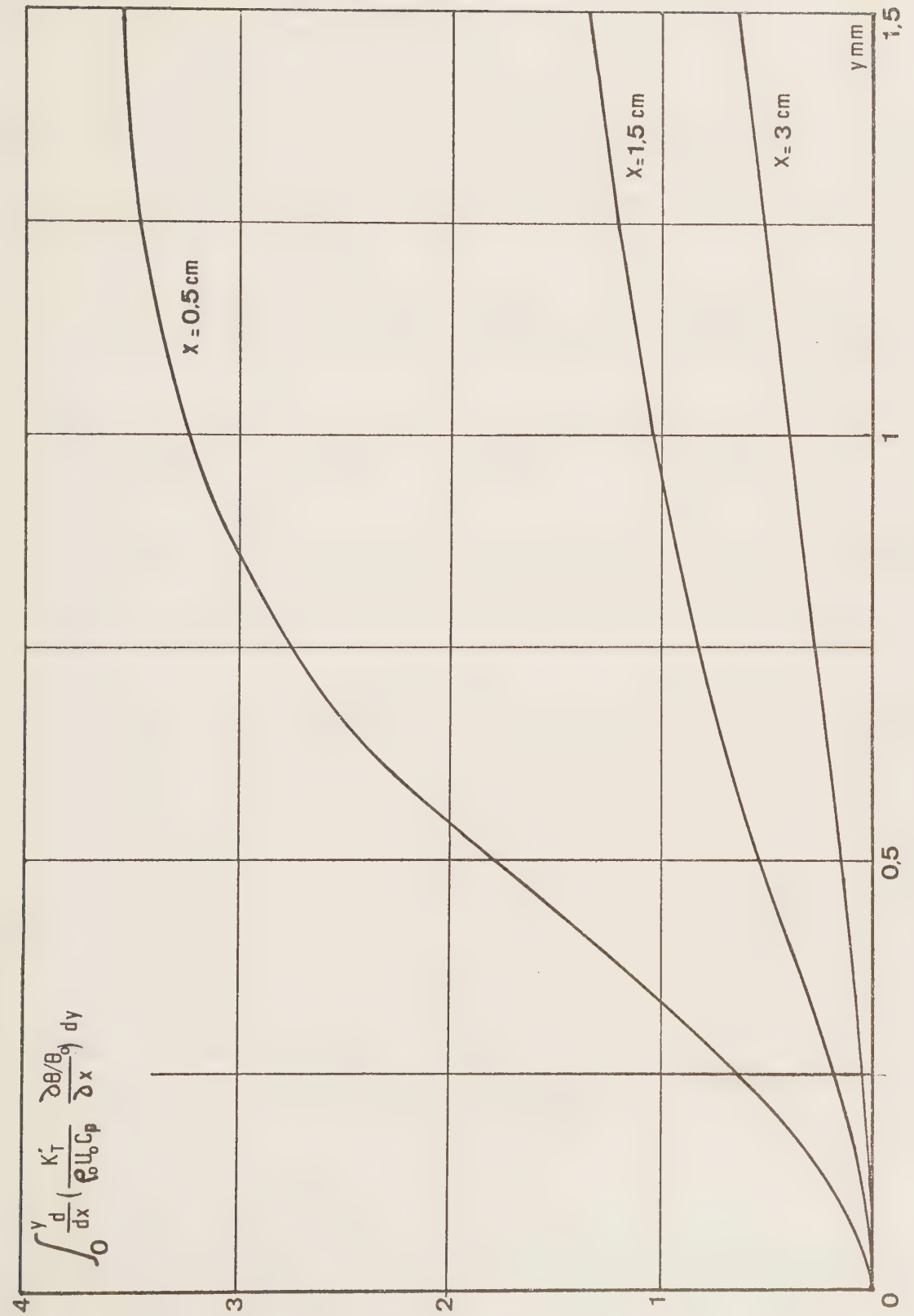


Fig. VIII-1. : *Importance des dérivées longitudinales*

VIII-3. LA ZONE INTERMEDIAIRE - CRITERE DE LIMITE

Dans cette portion, une partie des transferts a lieu à l'intérieur de la sous-couche laminaire. Il n'est donc pas possible de définir un profil unique des répartitions de température et de concentration indépendamment de X. En effet, si nous prenons, par exemple, comme échelle de longueur l'épaisseur de convection, Δ (correspondant à l'épaisseur de quantité de mouvement δ_2), le profil se situera entre un profil laminaire et un profil de régime turbulent établi.

Si les couches limites avaient une origine commune, l'hypothèse de longueur de mélange donnerait comme expression du nombre de Prandtl turbulent :

$$\frac{\varepsilon_u^+ - 1}{\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}} = \frac{l_u^2}{l_h^2} \qquad |VIII\text{-}5|$$

Les valeurs les plus courantes de ce rapport pour un régime établi se situent entre 0,8 et 1,2 suivant les auteurs et les méthodes de mesure (§ I-4). De toute façon, la valeur 1 donne des résultats suffisamment exacts compte tenu de l'empirisme des méthodes de calcul.

La longueur de mélange est bien définie dans l'écoulement pleinement turbulent, mais elle l'est mal près de la paroi. Dans notre cas, les valeurs de l_h qui jouent un rôle prépondérant sont précisément celles près de la paroi. Il est donc difficile de l'utiliser pour évaluer le rapport |VIII-5|.

Considérons la courbe représentative de l'épaisseur de convection Δ en fonction de l'épaisseur de quantité δ_2 (fig. VIII-2). Nous voyons que la pente semble tendre vers une limite vers la fin de la partie chauffée. Cette limite $\frac{d\delta_2}{d\Delta} = 0{,}825$* représente le rapport $\left(\frac{C_f/2}{St}\right)$. Pour un régime sans discontinuité, il a une valeur, fonction du nombre de Prandtl, de l'ordre 0,86, donc très voisine et ceci bien que les épaisseurs Δ et δ_2 soient encore très différentes comme nous pouvons le voir dans le tableau ci-après (T_p = 63°C).

---

* Les résultats de Johnson[13] donnent une valeur sensiblement égale pour la même abscisse (0,815).

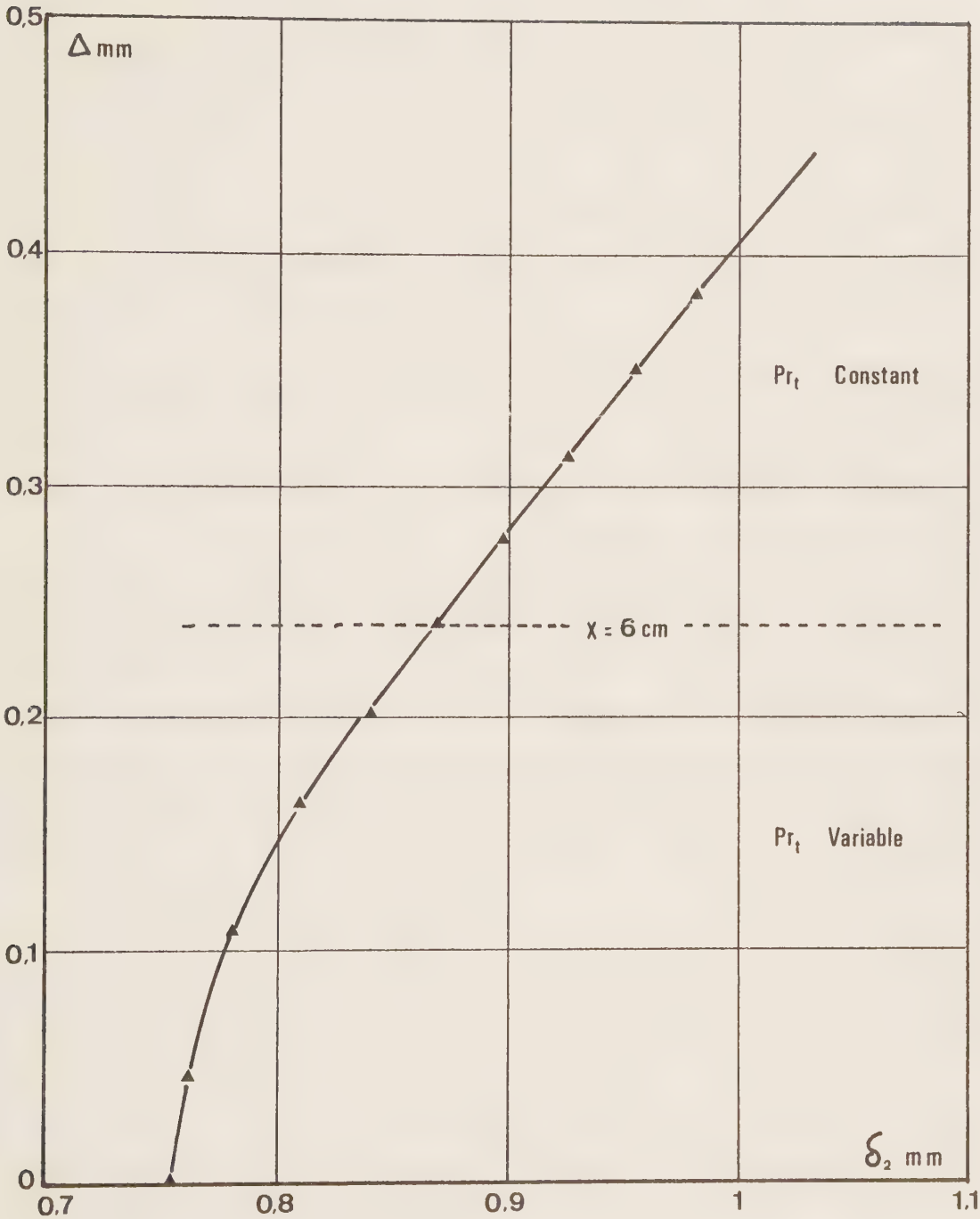


Fig. VIII-2. : Epaisseur de convection en fonction de l'épaisseur de quantité de mouvement

X^{cm} :	0,45	1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12
Δ^{mm} :	0,045	0,109	0,162	0,200	0,24	0,279	0,312	0,352	0,38
δ_2^{mm} :	0,762	0,782	0,81	0,84	0,867	0,895	0,925	0,952	0,98

Il n'est donc pas étonnant que l'hypothèse $\varepsilon_u^+ - 1 = \varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ utilisée dans le calcul du flux par la méthode de Spalding donne des résultats satisfaisants au-delà de $X^+ = 5000$ (X = 6 cm).

Pour cette valeur de X, $\frac{d\delta_2}{d\Delta} = 0,72$ et la différence entre les valeurs expérimentales et théoriques de : $\int_0^{X^+} \frac{St\, dX}{\sqrt{C_f/2}}$ est de 2 % (chapitre IV). Nous pouvons prendre ce critère $\left(\frac{d\delta_2}{d\Delta} = 0,7\right)$, comme limite de la zone intermédiaire.

Pour le flux de masse, la valeur limite du rapport de l'épaisseur de quantité de mouvement à l'épaisseur de diffusion dépend du nombre de Schmidt. Pour que le critère soit indépendant du flux, qu'il s'agisse de chaleur ou de masse, il serait plus intéressant de le rapporter à la valeur $\frac{d\delta_2}{d\Delta}$ du régime turbulent établi dans le cas où les couches limites ont une origine commune. Soit $\frac{d\delta_2}{d\Delta} / \left(\frac{d\delta_2}{d\Delta}\right)_{établi}$, la valeur de ce rapport que l'on trouve égale à 0,85. Ce rapport représente la valeur de St_0/St considérée par certains auteurs (chapitre I), St_0 étant la valeur pour le cas où la plaque est entièrement chauffée.

En résumé, nous admettons que :

- pour $St_0/St > 0,85$*, les hypothèses $\frac{l_u}{l_h}$, $\frac{l_u}{l_d}$, Pr_t et Sc_t constants sont applicables avec une bonne approximation pour la couche limite turbulente avec discontinuité de paroi.

- pour $St_0/St < 0,85$, les hypothèses précédentes ne sont plus valables et les mesures moyennes seules ne peuvent suffire à décrire le phénomène. Aussi, nous émettons les mêmes réserves que Blom[20] quant au choix de Pr_t (ou Sc_t) comme paramètre universel pour décrire un transfert turbulent.

---

* St_0/St représente aussi bien $St_{o,h}/St_h$ que $St_{o,d}/St_d$. Dans le cas où la température de paroi est importante, on considère St_{tr} défini par le changement de variables du chapitre V.

VIII-4. DISCUSSION SUR LES MESURES INSTANTANEES

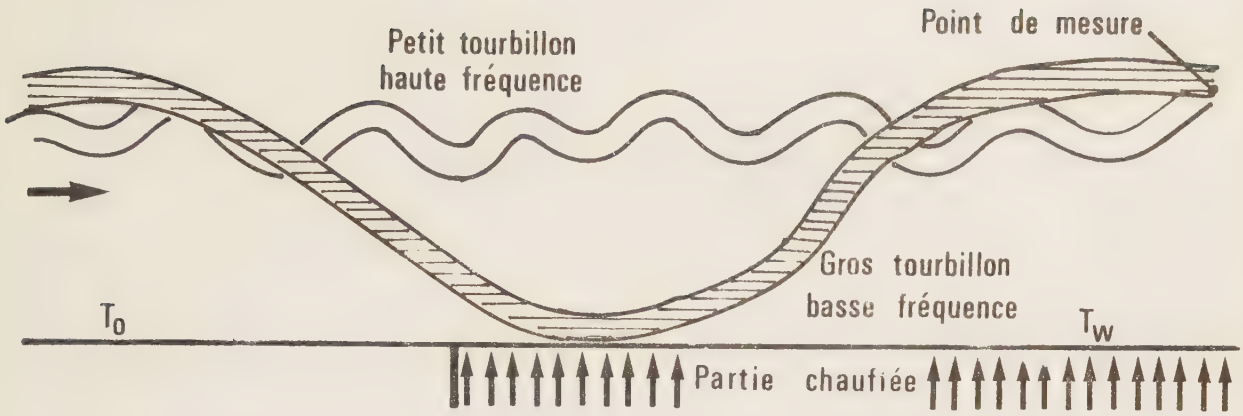
L'étude réelle par la mesure directe de ε_h^+ et ε_d^+ ne peut se faire qu'à l'aide des mesures des coefficients de corrélation $\overline{v'\theta'}$ et $\overline{v'C'}$. Or, comme nous l'avons déjà signalé, ceci est impossible dans les conditions où nous sommes car ces mesures mettent en jeu l'utilisation de fils croisés dont la hauteur hors tout est trop importante vis à vis de l'épaisseur de la couche limite thermique ou de concentration.

L'examen des résultats sur les fluctuations de température (fig. VII-2) montre l'absence de palier décroissant dans la zone pleinement turbulente comme on le rencontre pour les fluctuations de vitesse longitudinales (fig. VII-1). Le maximum d'intensité de turbulence se trouve toujours au même endroit à la fin de la sous-couche.

Le fait que les fluctuations de température décroissent très vite en intensité après le maximum provient de ce que, au voisinage de la discontinuité, seuls les gros tourbillons de vitesse contribuent au transport de la chaleur. En effet, ces gros tourbillons prennent de la chaleur auprès de la paroi et la véhicule à l'intérieur de la couche limite thermique.

Ce phénomène se trouve confirmé par l'analyse spectrale que nous avons effectuée à partir des mesures d'auto-corrélation en température. Nous avons en effet remarqué la contribution plus importante des basses fréquences dans le spectre des fluctuations de θ que dans le spectre des fluctuations de vitesse (d'après Klébanof).

Ce que nous appelons tourbillon est en fait près de la paroi l'évolution d'un filet fluide oscillant à l'intérieur de la couche limite. Sommairement, le phénomène peut être représenté par le schéma ci-après qui montre que les basses fréquences ont une plus grande probabilité de transporter de la chaleur que les fréquences élevées. On isole fictivement deux filets fluides de caractéristiques différentes.



Une explication qui peut rejoindre la nôtre est exposée par Johnson[14]. Il signale qu'en frontière de la couche limite thermique, les fluctuations de température sont intermittentes. Si la couche limite thermique est très petite, seuls certains tourbillons de vitesse peuvent contribuer au transport d'où l'intermittence.

L'analyse complète du phénomène ne pourra être faite qu'après une étude expérimentale détaillée de toutes les corrélations, il nous faut pour cela, d'une part, améliorer la chaine de mesure par un enregistrement rapide et d'autre part, dilater la zone intéressante derrière la discontinuité. Cette dilatation ne peut être réalisée qu'en diminuant fortement la vitesse, mais il faut pour cela augmenter d'une façon importante la dimension de la soufflerie.

Conclusion générale

Par l'analyse fine, en valeurs moyennes, des répartitions de vitesse, de température et de concentration et par la mise au point d'un système de mesure de fluctuations dont l'application est d'un intérêt général, nous pensons avoir contribué à la connaissance des couches limites avec discontinuité de type "échelon". Les travaux expérimentaux et théoriques dans ce domaine sont, en effet, très rares.

Les principaux points que nous pouvons retenir de cette étude sont les suivants :

- Le champ de vitesse au-dessus de la plaque en l'absence de transfert de chaleur peut être représenté valablement par la loi de paroi de Spalding. En conséquence, ε_u^+ peut également être représenté par la formule de Spalding. Le calcul du coefficient de frottement C_f peut être déduit du champ de vitesse par l'intermédiaire de la loi de paroi.

- Dans le cas où il y a transfert de chaleur, la transformation, ramenant à l'incompressible, basée sur la longueur de mélange exprimée par Karman donne les meilleurs résultats. Cette transformation peut être étendue aux variables température et concentration. Seule la température de paroi intervient.

- La théorie de Spalding pour le transfert avec discontinuité, donne une bonne approximation sur les valeurs des flux, sauf tout près de la discontinuité où les valeurs sont sous-estimées.

- Les valeurs de $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ et $\varepsilon_d^+ - \frac{1}{Sc}$ sont voisines indépendamment du nombre de Lewis laminaire. Par contre, l'hypothèse $\varepsilon_h^+ - \frac{1}{Pr}$ proportionnel à $\varepsilon_u^+ - 1$, c'est-à-dire le nombre de Prandtl turbulent constant (ou Schmidt turbulent) indépendamment de X, est en défaut au voisinage de la discontinuité. Il existe un domaine $\frac{St_0}{St} < 0,85$ où le nombre de Prandtl turbulent n'est plus un paramètre de la couche limite. Cette zone est intermédiaire entre le transfert laminaire et le transfert turbulent établi.

- La méthode originale de mesure des fluctuations de concentration grâce à une extension du Thermo-anémomètre "Calvet" que nous avons mise au point ainsi que la chaine de mesure en sortie donne un appareillage dont l'application dépasse largement le cadre du travail que nous nous étions fixés.

Afin de pouvoir étudier avec précision, par les mesures de fluctuations, la partie intéressante de la couche limite, il faudrait dilater cette dernière en diminuant la vitesse et en augmentant considérablement les dimensions de la soufflerie. Cette extension nous permettrait d'être dans les conditions de diffusion voisines de celles rencontrées en turbulence atmosphérique.

Annexe 1

CALCUL DE LA FONCTION DE SPALDING

Les calculs qui vont suivre sont tirés de Gardner et Kestin[58] ainsi que les tables de résultats.

Nous reprenons l'équation |IV-19| sous une forme plus générale dans le cas où aucune hypothèse particulière n'est faite sur le nombre de Prandtl.

$$\frac{\nu}{u_\tau}\ \frac{\partial\ \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial x} = \frac{1}{u^+}\ \frac{du^+}{dy^+}\ \frac{\partial}{\partial u^+}\left(\varepsilon_h^+\ \frac{du^+}{dy^+}\ \frac{\partial\ \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial u^+}\right) \qquad |1|$$

Nous avons d'autre part les relations suivantes :

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \frac{\mu+\mu_t}{\mu}\ \frac{du^+}{dy^+} \qquad |2|$$

$$Pr_e = \frac{1 + \frac{\mu_t}{\mu}}{\frac{1}{Pr} + \frac{\mu_t}{\mu} \cdot \frac{1}{Pr_t}} = \frac{\varepsilon_u^+}{\varepsilon_h^+} \qquad |3|$$

et

$$\varepsilon_u^+ = 1 + \frac{\mu_t}{\mu} = \frac{\tau}{\tau_w}\ \frac{dy^+}{du^+} \qquad |4|$$

Introduisons maintenant la nouvelle variable indépendante

$$X^+ = \int_L^x \frac{U_0}{\nu_0} \sqrt{C_f/2}\ dx \qquad |5|$$

En remplaçant dans l'équation |1|, nous obtenons l'équation générale sous sa forme utilisable :

$$\frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial X^+} = \frac{1}{u^+} \frac{du^+}{dy^+} \frac{\partial}{\partial u^+} \left(\frac{1}{Pr_e} \frac{\tau}{\tau_w} \frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial u^+}\right) \qquad |6|$$

La principale approximation que nous ferons est $\frac{\tau}{\tau_w} \simeq 1$, hypothèse valable près de la paroi, d'autant plus applicable à notre cas que la couche limite thermique a une épaisseur très inférieure à la couche limite dynamique.

Dans ces conditions

$$\frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial X^+} = \frac{1}{u^+} \frac{du^+}{dy^+} \frac{\partial}{\partial u^+} \left(\frac{1}{Pr_e} \frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial u^+}\right) \qquad |7|$$

Les facteurs qui introduisent X^+ fonction de X et u^+ fonction de y dépendent des propriétés du fluide qui doivent être connues dans chaque cas particulier.

L'équation |7| est linéaire et homogène et les conditions aux limites sont les suivantes :

$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 1$ à $X^+ = 0$ pour tout $u^+ > 0$

$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 1$ à $u^+ = \infty$ pour tout $X^+ > 0$

$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 0$ à $u^+ = 0$ pour tout $X^+ > 0$

Pour le calcul de transfert de chaleur, la fonction qui nous intéresse est la "fonction de Spalding"

$$Sp\ (X^+,Pr) = +\ \left(\frac{\partial\ \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial u^+}\right)_{u^+=0} \qquad |8|$$

Le flux de chaleur sous forme de nombre de Stanton se déduit par

$$St = Sp\ \frac{\left(\frac{1}{2}\ C_f\right)^{1/2}}{Pr} \qquad |9|$$

Calcul pour $Pr_e = 1$

Ces calculs ont été effectués par Kestin et Persen[76] par le procédé pas à pas de Schmidt.

L'équation simplifiée devient

$$\frac{\partial\ \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial X^+} = \frac{1}{f(u^+)}\ \frac{\partial^2 \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial (u^+)^2} \qquad |10|$$

avec

$$f(u^+) = u^+ + 0{,}04432\ u^+ \left[e^{0{,}4u^+} - 1 - 0{,}4u^+ - \frac{1}{2}(0{,}4u^+)^2 - \frac{1}{6}(0{,}4u^+)^3\right] \qquad |11|$$

Calcul pour $Pr_e \neq 1$

On pose $\xi = \int_0^{u^+} Pr_e\ du^+$.

On retrouve alors l'équation |IV-22|. L'intégration n'est possible qu'en faisant l'hypothèse très simplificatrice que le nombre de Prandtl turbulent est égal à l'unité.

Dans ces conditions, l'équation |7| se ramène à l'équation suivante

$$\frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial X^+} = \frac{1}{u^+\left[\left(\frac{1}{Pr} - 1\right) + \frac{dy^+}{du^+}\right]} \frac{\partial^2 \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial \xi^2} \qquad |12|$$

avec

$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 1$ pour tout u^+ et ξ à $X^+ = 0$

$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 1$ pour $u^+ = \infty$ et $\xi = \infty$ pour tout $X^+ > 0$

$\frac{\Theta}{\Theta_0} = 0$ pour $u^+ = 0$ et $\xi = 0$ pour tout $X^+ > 0$

Nous retrouvons la même forme d'équations sauf pour $f(u^+)$ |11| qui devient :

$$f[u^+(\xi)] = u^+ \left[\frac{1}{Pr} + 0{,}04432 \left\{e^{0{,}4u^+} - 1 - 0{,}4u^+ - \frac{1}{2}(0{,}4u^+)^2 - \frac{1}{6}(0{,}4u^+)^3\right\}\right] \qquad |13|$$

l'expression |13| est analogue à la valeur de ε_h^+ donnée par la relation |IV-25|.

La fonction de Spalding recherchée s'écrit alors :

$$Sp\ (X^+, Pr) = \left(\frac{\partial \frac{\Theta}{\Theta_0}}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} \cdot Pr \qquad |14|$$

Nous ne donnerons pas ici les détails du calcul machine de l'équation |12| ou |10| pour $Pr = 1$. Nous présentons dans le tableau suivant les résultats pour $Pr = 0{,}71$, 1 et 7, X^+ variant de 10 à 10^4.

X^+ \ Pr	0,71	1,0	7,0
1×10^1	0,2228	0,2498	0,4779
2	0,1771	0,1987	0,3793
3	0,1554	0,1742	0,3321
4	0,1418	0,1589	0,3023
5	0,1322	0,1481	0,2813
6	0,1249	0,1399	0,2653
7	0,1191	0,1335	0,2525
8	0,1144	0,1282	0,2421
9	0,1105	0,1238	0,2334
1×10^2	0,1072	0,1200	0,2259
2	0,08857	0,09929	0,1844
3	0,08013	0,09012	0,1665
4	0,07503	0,08466	0,1564
5	0,07150	0,08092	0,1499
6	0,06887	0,07815	0,1455
7	0,06680	0,07598	0,1423
8	0,06511	0,07423	0,1398
9	0,06369	0,07276	0,1379
1×10^3	0,06248	0,07151	0,1363
2	0,05555	0,06443	0,1288
3	0,0522	0,06101	0,1258
4	0,05007	0,05883	0,1240
5	0,04853	0,05725	0,1227
6	0,04734	0,05603	0,1217
7	0,04638	0,05504	0,1209
8	0,04557	0,05421	0,1202
9	0,04488	0,05350	0,1196
1×10^4	0,04428	0,05288	0,1191

Valeurs de Sp (X^+, Pr)

Annexe II

REPONSE THEORIQUE EN VITESSE DU THERMOANEMOMETRE.

Les détails se trouvent dans la thèse de Bélorgey[75]. Le refroidissement du capteur est étudié sur la figure VI-1.

Le refroidissement du capteur après l'impulsion au temps t_1 peut se mettre sous la forme

$$\frac{d\theta}{\theta} = - \frac{\pi.d.\alpha}{s.\rho_c.C} dt \qquad |1|$$

où d est le diamètre du fil
α le coefficient de convection
s la section du capteur
ρ_c la masse volumique
C la chaleur massique

il suit

$$\theta = K e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad |2|$$

où $\tau = \frac{s.\rho_c.C}{\pi.d.\alpha}$

La condition initiale est

$$t = t_1 \qquad \Theta = \Theta_{max}$$

Au temps $t_2 = r$, le fil s'est refroidi et sa température est :

$$\Theta_r = \Theta_{max}\, e^{-\left(\frac{t_2 - t_1}{\tau}\right)} \qquad |3|$$

$$= \Theta_{max}\, e^{-\frac{r}{\tau}}$$

La mesure de Θ_r se fait au moyen de la deuxième impulsion déclenchée au temps $t_2 = r$. Le refroidissement du fil est :

$$\Theta_{max} - \Theta_r = \Theta_{max}\left(1 - e^{-\frac{r}{\tau}}\right) \qquad |4|$$

Ce refroidissement intervient par l'intermédiaire du coefficient de convection contenu dans τ. Nous allons introduire la loi de Kramer donnée par Hinze.

$$\frac{1}{\tau} = A + B\sqrt{u} \qquad |5|$$

avec

$$A = 0{,}42\, \frac{\pi k}{s.\rho_c.C}\, Pr^{0,2}$$

$$B = 0{,}57\, \frac{k}{s.\rho_c.C}\, \left(\frac{d}{\nu}\right)^{0,5}\, Pr^{0,33}$$

$$\frac{\Theta_r}{\Theta_{max}} = e^{-(A+B\sqrt{u})(r)} \qquad |6|$$

soit en prenant le logarithme de l'expression |6|

$$\text{Log}\, \frac{\Theta_r}{\Theta_{max}} = -\,(A+B\sqrt{u})(r) \qquad |7|$$

Donc, pour un retard r fixé, $\text{Log}\, \frac{\Theta_r}{\Theta_{max}}$ est une fonction linéaire en $\sqrt{u}$. C'est une valeur négative car la température du fil diminue avec la vitesse.

Réponse en tension de l'appareil

La tension de sortie de l'appareil est proportionnelle à l'écart de température dans la mesure où le pont n'est pas trop déséquilibré. Soit K °la constante de proportionnalité.

Par une compensation électronique, la tension de sortie est nulle pour une vitesse nulle. Comme

$$\left(\frac{\theta_r}{\theta_{max}}\right)_{u=0} = e^{-Ar} \qquad |8|$$

la tension de sortie pour u quelconque s'écrira

$$E_s(u) = K\left[\theta_r(u) - \theta_r(u=0)\right]$$

$$= K\theta_{max}\, e^{-(A+B\sqrt{u})r} - e^{-Ar}$$

$$= K\theta_{max}\, e^{-Ar}\left(e^{-B\sqrt{u}\,r} - 1\right) \qquad |9|$$

C'est une tension négative.

Si nous rapportons cette tension à celle correspondant à l'écoulement libre, nous avons :

$$\frac{E_s(u)}{E_s(U_0)} = \frac{e^{-B\sqrt{u}\,r} - 1}{e^{-B\sqrt{U_0}r} - 1} \qquad |10|$$

numériquement pour le capteur considéré

$$\frac{E_s(u)}{E_s(U_0)} = \frac{e^{-44,76\,\sqrt{u}\,r} - 1}{e^{-44,76\,\sqrt{U_0}r} - 1} \qquad |11|$$

C'est la formule |11| qui a servi à calculer les courbes théoriques de la figure VI-7 pour les différents retards.

Les différences avec les courbes expérimentales de la figure VI-6 s'expliquent par les raisons suivantes :

1°) La loi en $A+B\sqrt{u}$ ne peut pas s'appliquer rigoureusement pour u = 0 (convection naturelle).

2°) e^{-A} est supposé constant quelle que soit la température du gaz autour du fil ; or une étude de e^{-A} en fonction de la température montre une influence provenant de la variation de k. Ceci ne met pas en cause l'utilisation de l'appareil car les étalonnages sont réalisés d'une manière pratique.

Annexe III

CRITERE DE L'INDEPENDANCE TEMPERATURE VITESSE POUR LA MESURE DES FLUCTUATIONS.

Il s'agit d'expliquer la relation |VI-11|

$$\overline{\theta_g'^2}\,(1 - R(r)) << \frac{\overline{\theta_u^2}}{2}$$

Reprenons le diagramme de la figure VI-1. Dans l'écoulement turbulent, la température du gaz est non uniforme pendant le temps de mesure de la vitesse. Soit $\overline{\theta_0}+\theta_1'$ la température instantanée du fluide au temps t_1 et $\overline{\theta_0}+\theta_2'$ la température au temps $t_2 = r$.

La variation de température du fil après son refroidissement jusqu'au temps $t_2 = r$, en présence d'une température de gaz non uniforme, peut s'écrire

$$(\theta_{max} - \theta_r) + (\theta_1' - \theta_2') \qquad |1|$$

$\theta_{max} - \theta_r$ dépend de la convection donc de la vitesse. Sur l'appareil, le signal de sortie est nul pour une vitesse nulle. Soit θ_u la variation de température du fil entre $u = 0$ et u. $\left(|\theta_{max}-\theta_r|_u - |\theta_{max}-\theta_r|_{u=0}\right)$. Sur la sortie vitesse la relation |1| devient

$$\theta_u + (\theta_1' - \theta_2') \qquad |2|$$

pour que l'indication vitesse soit valable, il faut que $\theta_u \simeq \theta_u + (\theta_1'-\theta_2')$, donc

$$\theta_1' - \theta_2' << \theta_u \qquad |3|$$

Si nous examinons les valeurs moyennes, nous voyons que la variation de température est sans influence sur $\overline{\theta_u}$, mais il n'en est pas de même pour l'écart quadratique :

$$\overline{(\theta_1' - \theta_2')^2} \ll \overline{(\overline{\theta_u} + \theta_u')^2} \qquad |4|$$

ce qui donne compte tenu du fait que :

$$\overline{\theta_1'^2} = \overline{\theta_2'^2} = \overline{\theta_g'^2} \qquad \text{et} \qquad \overline{\theta_1'\theta_2'} = R(r)\ \overline{\theta_g'^2}$$

$$2\overline{\theta_g'^2}\ (1 - R(r)) \ll \overline{\theta_u^2} + \overline{\theta_u'^2} \qquad |5|$$

en sortie, la tension correspondant à $\overline{\theta}_u$ n'intervient pas, donc

$$\overline{\theta_g'^2}\ (1 - R(r)) \ll \frac{\overline{\theta_u'^2}}{2}$$

R(r) est le coefficient d'auto-corrélation en température pour le retard r.

$\theta_u'^2$ représente l'écart quadratique de la variation de température du fil sous l'influence de la vitesse u.

Ce résultat traduit le fait que l'influence des fluctuations de température est négligeable sur la sortie vitesse dans le cas où la fréquence de ces fluctuations est faible ou lorsque leur intensité est faible.

Bibliographie

(1) VALENTIN P. : Etude de la convection avec réaction chimique. Thèse Sc. phys. mars 1956. Faculté des Sciences de Paris.

(2) VALENTIN P., TRINITE M. : Couche limite laminaire avec réaction chimique. C.R. Acad. Sc. Série A, 262, p. 1411-1414, (1966).

(3) TRINITE M., BELORGEY M., VALENTIN P. : Explorations de couches limites turbulentes avec échelon de température à la paroi. C.R. Acad. Sc., série A, 266, p. 664, (1968).

(4) TRINITE M., VALENTIN P. : AGARD 34th Meeting Dayton (U.S.A.), 1969. Reactions between gases and solids, Réf. 5.

(5) TRINITE M., BELORGEY M., PARANTHOEN P. : Mesures instantanées de vitesse, température et concentration par un procédé nouveau dans une couche limite turbulente. C.R. Acad. Sc. Série A, 270, p. 1542-1545, (1970).

(6) SCALA S.M., BAULKNIGHT C.W. : Transport and thermodynamics properties in a laminar boundary layer. A.R.S. Journal 29, p. 329, (1960).

(7) ROSENBAUM H. : Turbulent compressible boundary layer on a flat plate with heat transfer and mass diffusion. AIAA Journal 4, n° 9, p. 1548, (1966).

(8) RUBESIN M.W. : The effect of an Arbitrary Surface temperature variation along a flat plate on a convective Heat transfer in an incompressible turbulent Boundary layer. NACA TN 2345, (1951).

(9) SEBAN R. : Experimental investigation of convective heat transfer in a pipe to Air from a Flat plate with Stepwise discontinuous Surface temperature. Thesis, University of California. Berkeley 1951.

(10) TRIBUS M., KLEIN J. : "Forced Convection from non-isothermal surfaces". Heat Transfer Symposium, University of Michigan, p. 211, (1953).

(11) REYNOLDS W.C., KAYS W.M., KLINE S.J. : "Heat transfer in Turbulent Boundary layer. II The Stepwall-Temperature Distribution". NACA Memo. 12-2-58W (1958).

(12) SPALDING D.B. : "Heat transfer to a Turbulent Stream from a Surface with a Step-wise discontinuity in Wall temperature". - Intern. Develop. Heat Transfer. Am. Soc. Mech. Engrs., Int. Mech. Eng., 2, p. 439, (1961).

(13) JOHNSON P.S., WHIPPANY N.S. : Velocity, temperature and Heat-Transfer Measurements in a turbulent Boundary Layer downstream of a Stepwise discontinuity in Wall-Temperature. - Journ. Appl. Mech. 24, vol. 79, p. 2-8, (1957).

(14) JOHNSON P.S. : Velocity and temperature fluctuations measurements in a turbulent boundary layer downstream of a stepwise discontinuity in wall temperature. - Journ. of Appl. Mech. 26E, n° 3, p. 325-336, (1959)

(15) REYNOLDS W.C., KAYS W.M., KLINE S.J. : A summary of Experiments on turbulent heat transfer from a nonisothermal Flate plate. Journ. of Heat Transfer. Paper n° 59, A. 157, (1960).

(16) SOGIN H.H., GOLDSTEIN R.J. : Turbulent Transfer from isothermal spanwise Strips on a Flat plate. Intern. Develop. in Heat Transfer. New York, p. 468-474, (1961).

(17) JOHNK R.E., HANRATTY T.S. : Temperature profile for Turbulent flow of air in a pipe. II The Thermal entrance region. - Chem. Engin. Science 17, (1962).

(18) TANIMOTO S., HANRATTY T.J. : Fluid temperature fluctuations accompanying turbulent heat transfer in a pipe. - Chemical Engineering Sciences, 18, n° 5, p. 307-311, (1963).

(19) ISHIGURO R. : Heat Transfer from Non-Isothermal flat plates across a Turbulent Boundary Layer. - Bulletin of ISME, 10, n° 40, p. 663, (1967).

(20) BLOM J. : Experimental Determination of the Turbulent Prandtl Number in a Developping Temperature Boundary layer. - Heat Transfer. 1970, (Paris) FC 2.2.

(21) SPALDING D.B. Contribution to the theory of heat transfer across a Turbulent Boundary layer. - J. Heat Mass Transfer, 7, p. 443-461, (1964).

(22) LIGHTHILL M.J. : "Contribution to the theory of Heat Transfer through a turbulent Boundary layer. - Proc. Roy. Soc. Part. A, 202, p. 359, (1950).

(23) KESTIN J., RICHARDSON P.P. : Heat transfer across turbulent, incompressible boundary layers. - Int. J. Heat Mass Transfer, 6, p. 147-189, (1963).

(24) CORCORAN W.H. et Al. : "Temperature gradient in turbulent gas streams. Eng. Chem. 44, p. 410-430, (1952).

(25) SLEICHER C.A. : Experimental velocity and temperature profiles for air in turbulent pipe flow. - Trans. ASME, 80, p. 693-704, (1958).

(26) SAGE B.H., VENEZIAN E. : Temperature gradients in turbulent gas streams : effect of viscous dissipation on the evolution of total conductivity. - A.I. Ch. E. J. 7, p. 688-692, (1961).

(27) ISAKOFF S.E., DREW T.B. : Heat and momentum transfer in turbulent flow of mercury, general discussion on Heat transfer. - Inst. Mech. Engrs and ASME, p. 405-449, (1951).

(28) BROWN H.E. et Al. : The Transfer of heat and momentum in a turbulent stream of Mercury. - Trans. ASME 79, p. 279-285, (1957).

(29) LUDWIEG H. : "Bestimmung des Verhaltnisses der Austauschkoeffizienten für wärme und Impuls bei turbulenten Grenzschichten. - Z. Flugwissenschaften 4, p. 73-81, (1956).

(30) GOWEN R.A., SMITH J.W. : Turbulent heat transfer from smooth and rough surfaces.- Int. J. Heat Mass Transfer 11, (1968), p. 1657-73

(31) MICHEL R. : Contribution à l'étude des couches limites turbulentes avec gradient de pression. (Thèse). Publ. scientifiques et techniques du Ministère de l'air. N° 252 (1951).

(32) DAVIES W. : On the rate of heating wires by surface combustion. Phil. Mag. 17, p. 233, (1934).

(33) HINZE : "Turbulence". An introduction to its Mechanism and Theory. Mac Graw Hill, New York, (1959).

(34) PLAN M. : Thèse Sc. phys. mars 1956. Faculté des Sciences de Paris

(35) KLEBANOFF P.S., DIEHL Z.W. : Some Features of artificially thickened fully developped turbulent boundary layers with zero presure gradient. N.A.C.A. T.N. 2475 (1951).

(36) SOGIN H.H., GOLDSTEIN R.J. : Turbulent transfer from isothermal Spanwise Strips on a flat plate. Int. Devel. in Heat Transfer, p. 468-74, (1961).

(37) MOUTON H. : Contribution à l'étude aérothermique d'un écoulement turbulent d'air sans gradient longitudinal de pression le long d'une plaque plane lisse. Thèse sc. phys. 1962, Poitiers.

(38) BRUN E.A. : Introduction à l'étude de la couche limite. Paris, Gauthier-Villars (1955).

(39) BRAND, PERSEN : Implications of "The Law of the Wall" for Turbulent boundary layers. Acta Polyt. Scand. Ph 30, N.T.V.A., n° 23, série 1.

(40) BARONTI P.O., LIBBY P.A. : Velocity profiles in Turbulent Compressible Boundary Layers. AIAA J. 4, n° 2, (1966).

(41) SCHLICHTING H. : "Boundary Layer Theory". Fourth ed. Trans. J. Kestin, Mc Graw Hill Book Co. New York, p. 476, (1960).

(42) SPALDING D.B. : A single Formula for the "Law of the Wall". Journal of applied mechanics. ASME 81, série E, p. 455, (1961).

(43) MICHEL R., QUEMARD C., ELENA M.P. : Distributions de vitesse des couches limites turbulentes en écoulement compressible uniforme ou accéléré. La Recherche Aérospatiale n° 128, (1969).

(44) SPALDING D.B., CHI S.W. : The drag of a Compressible Turbulent Boundary Layer on a smooth flat plate with and without Heat Transfer. Journal of Fluid Mechanics 18, p. 117, (1964).

(45) COLES D. : "The Turbulent Boundary Layer in compressible fluid". The Physics of Fluids, 7, n° 9, (1964).

(46) MILES J.B., KYUM KIM : Evaluation of Coles Turbulent Compressible Boundary-Layer Theory. AIAA J. 6, n° 6, p. 1187, (1968).

(47) KOMAR J.J. : Skin-Friction Predictions in Turbulent Compressible Flow. AIAA J. 4, n° 7, p. 1307, (1966).

(48) KELNHOFER W.S. : Wall Temperature and Prandtl number effect on Turbulent Boundary Layer Thicknesses and Shape factors for Subsonic compressible gas flow over a flat plate. J. of Engineering for power. Transactions of A.S.M.E., p. 281, (1969).

(49) FRANKL F. VOISHEL V. : Translation Nat. adv. comm. Aero., Wash., Tech. Note, n° 1052, (1943).

(50) WILSON R.E. : J. Aero. Science 17, p. 585, (1950).

(51) RUBESIN M.W., MAYDEN R.C., VARGA S.A. : Nat. adv. comm. Aero., Wash., Tech Note n° 2305, (1951).

(52) VAN DRIEST E.R. : 50 Years of Boundary Layer Theory. Ed. H. Görtler and W. Tollmien. p. 257. Braunschweig, F. Viewey und Sohn, (1955).

(53) DEISSLER R.G., LOEFFLER A.L. : Nat. Aero. Space. Admin., Tech. Rep. n° R17, (1959).

(54) IBRAGIMOV M.K., SUBBOTIN V.I., TARANOV G.S. : Determination of the correlation between pulsations of velocity and temperature in Turbulent air flow in a Tube. Soviet Physics - Doklady 13, n° 12, p. 1208, (1969).

(55) SPALDING D.B. : Convective mass Transfer. London, Edward Arnold Ltd., (1963).

(56) REID R., SHERWOOD T. : The properties of gases and liquids. New York, Mc Graw-Hill book company, (1966).

(57) RIBAUD G., BRUN E.A. : La convection forcée de la chaleur en régime d'écoulement turbulent. Mémorial des Sciences Physiques. XLVI. Gauthier-Villars (1942).

(58) GARDNER G.O., KESTIN J. : Calculation of the Spalding Functions over a range of Prandtl Numbers. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 6, p. 289-298, (1963).

(59) KLEBANOFF P.S. : Characteristics of Turbulence in a Boundary Layer with zero pressure gradient. N.A.C.A. T.N., 3178, (1954).

(60) FAVRE A., DUMAS R., VEROLLET E. : First Measurements for temperature fluctuations. A.F.S.O.R. - FSR, n° 4, (1968).

(61) MAVE J.P. : Etude d'un thermomètre à résistance pour la mesure des températures en couche limite turbulente. (Thèse 3ème cycle. Poitiers (1968).

(62) SUTTON G.W. : Effect of Turbulent Fluctuations in an Optically Active Fluid Medium. A.I.A.A. J. 7, n° 9, (1969).

(63) KONOPIK A.E., FAHIEN R. : Radical variation of eddy diffusivity Tensor components for three-dimensional Mass Transport. Engineering and Equipement (UC 38), T.I.D. 4500, (1964).

(64) HANRATTY I.J. : Study of Turbulence close to a Solid Wall. Physics of Fluid 10, S.126), (1967).

(65) CALVET P. : Mesures thermiques dans les fluides. Thèse Sc. phys. Paris, 1967.

(66) LIOUSSE F., BERGER C. : Mesures de vitesses et températures dans les écoulements quasi-périodiques. 6° Colloque d'Aérodynamique appliquée. A.F.I.T.A.E. Toulouse, novembre 1969.

(67) MARCILLAT J. : Fonctions de répartition des vitesses turbulentes dans une couche limite. Publ. Scientifiques et techniques du Ministère de l'air, n° 443, (1969).

(68) HUSSENOT C., BAUDOIN J. : Linéarisation par chaines à diodes dans un anémomètre à fil chaud à température constante. C.R. Acad. Sc. 254, p. 2144-2146, (1962).

(69) FAVRE A., GAVIGLIO J., DUMAS R. : Corrélations spatio-temporelles et spectres dans la couche limite turbulente. Rapport O.N.E.R.A.

(70) CORRSIN S. : Extended applications of the Hot-wire anemometer. The review of Scientific instruments 18, n° 7, (1947).

(71) CORRSIN S. : Extended applications of the Hot-wire anemometer. N.A.C.A. T.N. n° 1864, (1949).

(72) BASS J. : Eléments de calcul des probabilités. Paris. Masson et Cie.

(73) STERN J., BARBEYRAD J. de, POGGI R. : Méthodes pratiques d'étude des fonctions aléatoires. Paris, Dunod, 1967.

(74) DIXON W.J., MASSEY F.J. : Introduction to statistical analysis. New York, Mc Graw-Hill book company, 1957.

(75) BELORGEY M. : Thèse de 3ème cycle. Rouen 1971.

(76) KESTIN J., PERSEN L.N. : Applications of Schmidt's method to the calculation of Spalding function and of the skin-friction coefficient in turbulent flow. J. Heat and Mass Transfer. 5, p. 143-152, (1962).

(77) POREH M., CERMAK J.E. : Study of diffusion from a line source in a turbulent boundary layer. J. Heat Mass Transfer. 7, p. 1083-1095, (1964).